**Pour la classe de 2nde** **schématiser une expérience aléatoire**

On possède une urne dans laquelle se trouvent 5 boules : deux rouges (que l'on note $r_1$ et $r_2$) et trois noires que l'on note ($n_1$, $n_2$ et $n_3$).

On choisit de tirer au hasard, une boule ; on la remet dans l'urne et on effectue un second tirage. On s'intéresse au nombre de boules rouges que l'on peut obtenir : on note $X$ ce nombre.

**1.** Introduction avec le « jeu de l'urne »

**a.** Réglez le « jeu de l'urne » pour avoir dans l'urne deux boules rouges et trois boules noires. Indiquez que l'on veut faire deux tirages successifs avec remise.
Faites quelques simulations.

**b.** Quelles sont les valeurs possibles de $X$ ? (Autrement dit, combien de boules rouges peut-on obtenir ?)

On cherche à déterminer les probabilité d'obtenir ces différentes valeurs possibles pour $X$. Pour cela, on va utiliser deux méthodes pour schématiser la situation.

**2.** Une première technique de schématisation : **le tableau à double entrée**

**a.** Compléter le tableau ci-dessous en indiquant dans chaque case la valeur de $X$ :

| premier tirage \ second tirage | $r_1$ | $r_2$ | $n_1$ | $n_2$ | $n_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $r_1$ | | | | | |
| $r_2$ | | | | | |
| $n_1$ | | | | | |
| $n_2$ | | | | | |
| $n_3$ | | | | | |

**b.** Quelle est la probabilité d'obtenir :
- $X = 2$ (2 boules rouges) ?
- $X = 1$ (1 boule rouge) ?
- $X = 0$ ( aucune boule rouge) ?

**3.** Une seconde technique de schématisation : **l'arbre pondéré**

Cette méthode sera très utilisée au Lycée, c'est pourquoi il faut bien la comprendre.
Il faut déjà mettre en place des notations, comme celles-ci :
- $R_1$ le fait d'obtenir une boule rouge au premier tirage ;
- $R_2$ le fait d'obtenir une boule rouge au second tirage ;
- $N_1$ le fait d'obtenir une boule noire au premier tirage ;
- $N_2$ le fait d'obtenir une boule noire au second tirage.

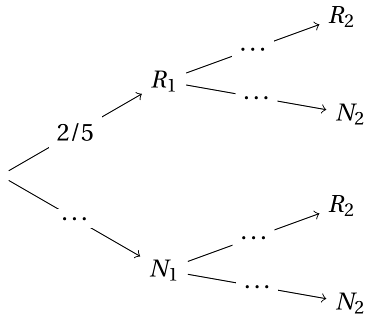
On note $\overline{R_1}$ le fait que l'évènement $R_1$ ne soit pas réalisé : on dit que $\overline{R_1}$ est l'évènement contraire de $R_1$.

Enfin, si les évènements $R_1$ et $R_2$ se sont réalisés, on note $R_1 \cap R_2$ (que l'on lit « $R_1$ et $R_2$ »).

L'arbre pondéré est composé :
- de noeuds : chaque noeud est le résultat d'un tirage ;
- de branches : chaque branche qui part d'un noeud représente une issue possible ;
- d'une pondération : pondérer veut dire « indiquer le poids » ; ici, on indique sur la branche la probabilité de réalisation de cet évènement.

Lorsqu'on est au bout des branches, il faut qu'on ait décrit tous les états possibles de l'expérience aléatoire ; dans la situation présentée, il faut qu'on puisse traduire :
- $R_1 \cap R_2$ : une boule rouge au premier tirage et une boule rouge au second tirage ;
- $R_1 \cap N_2$ : une boule rouge au premier tirage et une boule noire au second tirage ;
- $N_1 \cap R_2$ : une boule noire au premier tirage et une boule rouge au second tirage ;
- $N_1 \cap N_2$ : une boule noire au premier tirage et une boule noire au second tirage.

**a.** Compléter l'arbre ci-dessous :




**b.** On suit le chemin composé des branches supérieures.

i. Arrivé au « bout » des branches, quel évènement s'est réalisé ?

ii. Rappeler la probabilité de réalisation de cet évènement.

iii. Comment peut-on obtenir cette valeur en utilisant les probabilités indiquées sur les branches ?

iv. Énoncer une « règle » sur le calcul d'une probabilité en « bout » de branche.

**c.** Compléter l'arbre, en indiquant la probabilité au bout de chaque branche.

**d.** On s'intéresse au calcul de la probabilité d'obtenir $X = 1$ (autrement dit, obtenir exactement une boule rouge).

i. Rappeler la probabilité d'obtenir $X = 1$ d'après la partie 2. de l'activité.

ii. Parmi les probabilités écrites au bout des branches, entourer celles qui correspondent au fait d'obtenir exactement une boule rouge.

iii. Comment trouver la probabilité d'obtenir $X = 1$ à partir des valeurs que vous venez d'entourer ?

iv. Énoncer une « règle » sur le calcul d'une probabilité de réalisation d'un évènement composé de plusieurs évènements élémentaires (un évènement qui peut s'obtenir de différentes manières).

**e.** *Pour aller plus loin* (facultatif) : on a trouvé les formules suivantes dans un livre de cours sur les probabilités :

Si deux évènements $A$ et $B$ sont disjoints : $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ ($A \cup B$ se lit « $A$ ou $B$ »).

Si deux évènements $A$ et $B$ sont indépendants : $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

Faites le lien entre ces formules et les « règles » énoncées précédemment pour calculer des probabilités dans un arbre pondéré.

**f.** Application à une autre situation.

On possède une urne contenant une boule rouge quatre boules noires et cinq boules jaunes. On effectue deux tirages successifs avec remise.

Déterminer la probabilité d'obtenir :
- aucune boule rouge ;
- une seule boule rouge ;
- deux boules rouges.

Ici sont présentées des consignes, plus ou moins proches, décontextualisées permettant de mettre en pratique ce qui a été vu dans cette première activité.

***Exercice* 1** :

Quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux piles lorsqu'on lance trois fois de suite un pièce parfaitement équilibrée ?

***Exercice* 2** :

Une famille est composée de deux parents et de trois enfants ; quelle est la probabilité qu'il y ait exactement deux filles parmi ces trois enfants ? (On considèrera qu'à chaque naissance, la probabilité d'avoir un garçon ou une fille est la même, c'est-à-dire 0,5).

***Exercice* 3** :

On lance deux dés à 6 faces, bien équilibrés. Quelle est la probabilité que la somme des numéros obtenus soit un nombre pair ?

***Exercice* 4** :

Chaque semaine, votre professeur d'Anglais interroge un élève au hasard à l'oral. Pour cela, il effectue un tirage au sort, en remettant le nom tiré au sort à chaque fois.
Quelle est la probabilité :
– d'être interrogé lors d'un cours ?
– d'être interrogé au moins une fois en deux semaines ?
– d'être interrogé au moins une fois en quatre semaines ?

***Exercice* 5** :

Vous prenez le train chaque matin de semaine pour venir à l'école. On estime qu'il est en retard une fois sur dix.
Quelle est la probabilité d'être en retard :
– aucune fois en deux jours ?
– aucune fois en une semaine ?