

Chapitre 1

la suite ...

L'exercice sur la suite d'Erdős vient de se finir. C'est quand même étonnant les mathématiques : on est capable de prouver que quelque chose existe sans trop savoir ce que c'est. Alors on lui donne un nom, et voilà, on sait ce que sait puisqu'on vient de le nommer.

D'ailleurs, les choses existent elles par elle-même ou seulement une fois qu'on les a nommées ... il faudrait en parler avec M Douma de cette histoire.

Bref, l'exercice illustre bien le théorème vu juste avant : une suite croissante majorée est convergente ; vers quoi, on ne le sait pas toujours, mais on est sûr qu'elle est convergente. Et là, une élève demande la parole :

« Monsieur, une suite convergente, elle est toujours majorée ou pas ? »

Des questions comme ça, on ne passe pas à côté ; j'avais prévu un truc, ça attendra ; il reste dix minutes avant la fin du cours, on va parler de cette question. Après

CHAPITRE 1. LA SUITE ...

quelques échanges, on arrive à reformuler : une suite convergente, on voit à peu près ce que c'est ... une suite majorée, c'est quand il existe un nombre qui *major*e la suite. Le major, c'est le meilleur ! donc on ne peut pas le dépasser.

« *une suite convergente, est-elle majorée ?* » On en parle, ça va bientôt sonner, on est vendredi, on en reparlera lundi. Je leur dit de réfléchir au problème pour lundi sans me faire trop d'illusions. En plus, ce week-end, il y a plein de matchs de foot ... c'est mal barré pour savoir si une suite convergente est majorée. En plus, je sens bien que certains ont du mal à s'accrocher à ces problématiques.

Et pourtant ... la notion d'infini, c'est dingue quand même comme concept. Définir l'infini ! C'est ce que des mathématiciens ont réussi à faire au dix-neuvième siècle. Et pas des manches, les types, du costaud, du lourd. Réussir à formaliser ce concept, je trouve ça fort. Alors une suite diverge vers l'infini, c'est quand on peut dépasser n'importe quelle valeur, aussi grande soit elle, à partir d'un certain rang. Il est parfois possible de définir ce rang, et la plupart du temps, ce n'est pas possible, et puis d'ailleurs souvent, on s'en fiche ; l'important est juste de savoir que c'est possible. L'infini, ça se mérite ! Bon, c'est vrai qu'à 17/18 ans, l'infini, c'est loin. Plus tard aussi d'ailleurs mais bon, on s'en rapproche un peu. Pour certains élèves, le problème est plutôt de savoir si Machin sort encore avec Machine, si leur dernier pantalon leur va bien ou d'autres choses de ce genre. Alors, savoir si une suite convergente est majorée ...

« *une suite convergente, est-elle majorée ?* ». Est-ce que c'est trop ambitieux, trop compliqué d'en parler en terminale ? Je ne pense pas ... L'important est au moins de sentir les choses, mettre en route une démarche, faire des essais graphiques, ou numériques. S'ils pensent que c'est faux, il faut trouver un contre exemple. Et peut-être qu'en ne trouvant pas de contre exemple, ils se diront que finalement, c'est peut-être vrai. Comment ensuite tirer de ces exemples la généralité qui permettra de démontrer la propriété ? Il y a un passage qui n'est pas évident. Mais c'est bien là un des enjeux de la classe de terminale en maths : mettre en place des raisonnements pour établir une démonstration.

De retour de week-end, le lundi matin, je relance : « *une suite convergente, est-elle majorée ?* » On reformule à nouveau ... Un élève propose de dire oui puisqu'on a vu un théorème qui expliquait qu'une suite croissante convergente vers un réel l était majoré par l ; il a raison, sauf que là, on ne sait pas si la suite dont on parle est monotone ou pas, bref, on sait juste qu'elle converge. Son erreur est compréhensible, dans la mesure où ils n'ont rencontré que des suites monotones au cours de leur scolarité, ou quelques suite alternées ; je serais d'ailleurs bien en peine de leur proposer des suites qui ont un sens, qui modélisent une situation réelle en tout en faisant le yoyo de manière assez inattendue. Il doit bien y en avoir, il faudra que je trouve. Bref, la question reste en suspens.

« *une suite convergente, est-elle majorée ?* » : je fais un dessin au tableau ; pour moi, ces dessins sont très par-

CHAPITRE 1. LA SUITE ...

lants. Le problème, c'est que ce n'est pas le cas de tous les élèves. Un environnement graphique parle quand on le maîtrise, quand on a réfléchi dix fois, cent fois, mille fois aux valeurs portées par l'axe des abscisses, des ordonnées, ce que signifiait une croix dans le graphique, bref, quand on s'est posé des questions. Faire un graphique et le regarder comme une image, ça ne vaut rien ! Pourtant, mon dessin donne pour ainsi dire la réponse à qui a de bons yeux ... des yeux habitués, c'est ça le problème. Tout ça demande de la pratique, de l'entraînement.

« *une suite convergente, est-elle majorée ?* » ; je laisse la question dans l'air. Peut-être qu'ils me relanceront. Je ne le crois pas trop. Peut-être que ça tombera au Bac ? Ca serait marrant, enfin pas forcément pour tout le monde ! Une certaine fierté du prof qui a anticipé un exercice pendant l'année mais c'est tout. Alors comment faire vivre cette question intéressante sans y passer trop de temps ? Le temps, c'est ça le problème dans l'enseignement. Réussir l'épreuve de Maths au Bac, je sais ce qu'il faut faire pour que les élèves réussissent : les exercices sont toujours un peu les mêmes. Le problème, c'est qu'ils abordent des notions vues tout au long de l'année, et qu'on ne peut pas les faire avant d'avoir fait les cours correspondants. Mon idée c'est de traiter les points importants du programme assez vite pour pouvoir faire des exercices type Bac tout au long de l'année, et comme ça, ils seront super entraînés. Encore faut-il qu'ils jouent le jeu !

« *une suite convergente, est-elle majorée ?* » Bon, je sais

ce que je vais faire, pas trop le choix en pratique ; je n'en reparle pas mardi en cours, on verra bien et quand j'arriverai jeudi, je leur dirai : dans le DM n°4, l'exercice 3 porte sur une question importante que vous avez vous même soulevée : « *une suite convergente, est-elle majorée ?* »

La suite au prochain épisode ...