Nom/Prénom :

L'objectif de ce devoir maison est de bien comprendre la notion d'intervalle de fluctuation, obtenu grâce à la loi binomiale.

On part de la situation suivante : on lance un dé bien équilibré (dé à 6 faces) et on souhaite comptabiliser le nombre de 6 sortis après 60 lancers.

1. **Pour découvrir l'intervalle de fluctuatio**n :
   a. On définit X la variable aléatoire qui compte le nombre de 6 sortis. Justifier que X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

   b. Dire pourquoi le nombre de succès le plus attendu est 10 ; à quelle grandeur cela correspond-il ?

   c. Quelle est la probabilité qu'il y ait 10 fois le numéro 6 sortis ? Êtes-vous prêt à parier une forte somme d'argent qu'il y aura 10 numéro 6 sortis ?

   d. Quelle est la probabilité qu'il y ait 9, 10 ou 11 fois le numéro 6 sortis ? Vous pariez ?

   e. Quelle est la probabilité qu'il y ait 8, 9, 10, 11 ou 12 fois le numéro 6 sortis ? Vous pariez ?

   f. On continue de la même manière (on prend plusieurs résultats possibles, de manière « symétrique » par rapport à 10) jusqu'à regrouper 95 % des valeurs. Combien de numéros 6 sortis dans 95 % des cas ?

2. **Une méthode plus efficace** :
   a. Plutôt que de considérer que l'on retient 95 % des valeurs, on considère ce que l'on rejette : 5 % des valeurs, et ce, de manière « symétrique » par rapport à la valeur de plus forte probabilité ; c'est à dire que l'on va rejeter 2,5 % des « plus petites » valeurs. Pour cela, on utilise **la loi binomiale cumulative** : quelle est la première valeur de k pour laquelle $P(X \leqslant k)$ dépasse 2,5 % soit 0,025 ? Cela constitue la borne inférieure de l'intervalle de fluctuation à 95 %.

   b. On rejettera ensuite 2,5 % des « plus grandes » valeurs, c'est à dire qu'on conserve 97,5 % des « plus petites » valeurs. Pour cela, on utilise **la loi binomiale cumulative** : quelle est la première valeur de k pour laquelle $P(X \leqslant k)$ dépasse 97,5 % soit 0,975 ? Cela constitue la borne supérieure de l'intervalle de fluctuation à 95 %.

c. Les résultats sont-ils cohérents avec ce que l'on avait trouvé par la méthode plus empirique de la question 1) ?

3. Lien avec la formule vue en Seconde :

a. Rappeler cette formule et pourquoi on ne peut pas toujours l'utiliser.

b. On considère un jeu où on lance un dé à quatre faces 50 fois. Déterminer l'intervalle de fluctuation du nombre de numéro 1 sortis par la formule de Seconde et par la méthode de la question précédente (on considère le dé bien équilibré). Obtient-on les mêmes résultats ?

4. Un algorithme à programmer dans la calculatrice :

a. Voici un algorithme : que fait-il ?

Entrée(s) :	saisir N saisir P
Traitement :	Tant que $P(X \leqslant k) < 0{,}025$ Faire $k+1 \rightarrow k$ Fin de Tant que
Sortie(s) :	Afficher k

b. Complétez-le pour obtenir les deux bornes de l'intervalle de fluctuation par la loi binomiale. Vous pouvez le saisir dans la calculatrice.