Proposition de corrigé

***Exercice* 1** :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour cette question, une seule des propositions est exacte. On entourera sur la feuille la réponse choisie sans justification. Il sera attribué un point si la réponse est exacte, zéro sinon.
Dans certaines questions, les résultats proposés ont été arrondis à 10^{-3} *près.*

Un représentant de commerce propose un produit à la vente. Une étude statistique a permis d'établir que, chaque fois qu'il rencontre un client, la probabilité qu'il vende son produit est égale à 0,2. Il voit cinq clients par matinée en moyenne. La probabilité qu'il ait vendu exactement deux produits dans une matinée est égale à :

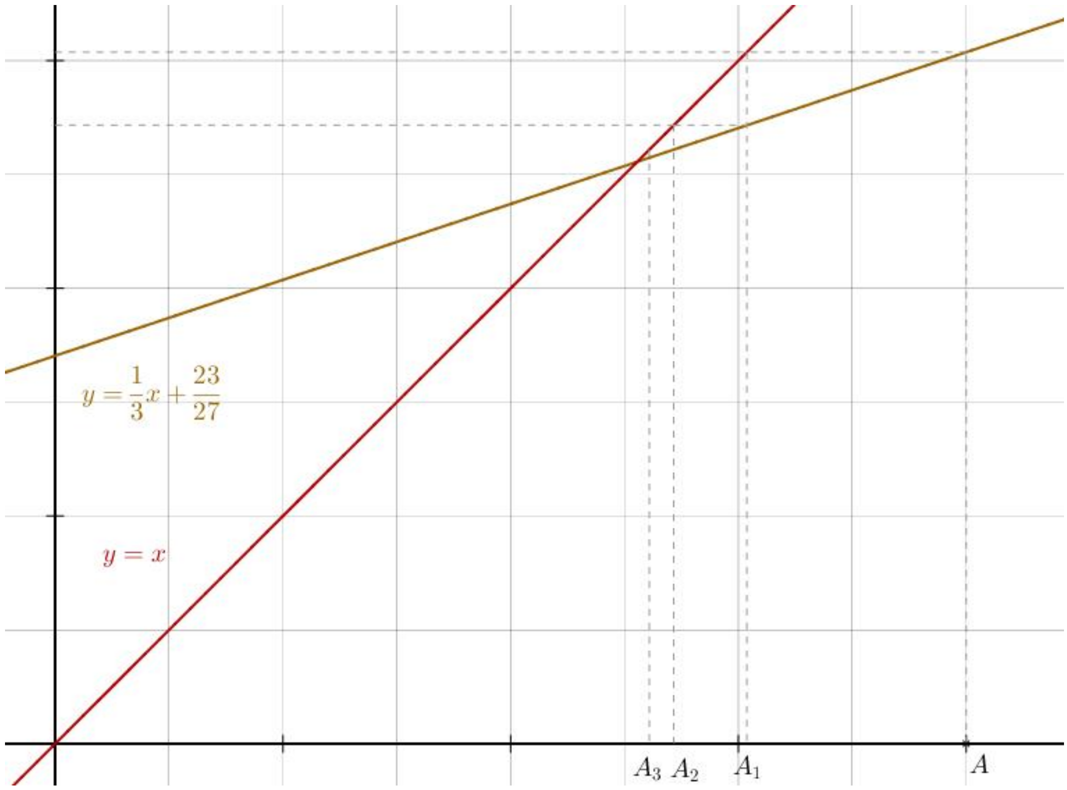
a. 0,4 b. 0,04 c. 0,1024 d. $\boxed{0{,}2048}$

Si on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de clients auxquels le vendeurs a pu vendre un produit, cette variable suit une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,2$. On cherche à calculer $P(X = 2)$.

On obtient : $P(X = 2) = 0,2048$

***Exercice* 2** :

1. La suite u est définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{23}{27}$ pour tout entier naturel n. On a représenté dans un repère orthonormé direct du plan ci-après la droite d'équation $y = \frac{1}{3}x + \frac{23}{27}$ et le point A de coordonnées $(2; 0)$. Construire sur l'axe des abscisses les quatre premiers termes de la suite u.



2. Soit n un entier supérieur ou égal à 1.

Démontrer que $\displaystyle\sum_{k=2}^{n+1} \frac{1}{10^k} = \frac{1}{90}\left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$, c'est-à-dire que $\dfrac{1}{10^2} + \dfrac{1}{10^3} + \ldots + \dfrac{1}{10^{n+1}} = \dfrac{1}{90}\left(1 - \dfrac{1}{10^n}\right)$

On reconnaît une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{10}$.

On sait que la somme des n premiers termes d'une suite géométrique de raison q, de premier terme u_0 est égale à : $S_n = u_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

On va faire quelques transformations pour se ramener à ce type d'écriture :

$$\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \ldots + \frac{1}{10^{n+1}} = \frac{1}{10^2}\left(1 + \frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{10^{n-1}}\right)$$

On a dans le terme entre parenthèses, une suite géométrique de premier terme 1, de raison $\dfrac{1}{10}$; on applique la formule précédente :

$$\left(1 + \frac{1}{10} + \cdots + \frac{1}{10^{n-1}}\right) = \frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^n}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1 - \frac{1}{10^n}}{\frac{9}{10}}$$

On obtient donc : $\dfrac{1}{10^2} + \dfrac{1}{10^3} + \ldots + \dfrac{1}{10^{n+1}} = \dfrac{1}{10^2} \times \dfrac{10}{9} \times \left(1 - \dfrac{1}{10^n}\right) = \dfrac{1}{90}\left(1 - \dfrac{1}{10^n}\right)$