proposition de correction

***Exercice* 1** :

Document 1 : « *En France, pendant l'année scolaire 2009-2010, sur 81 135 étudiants inscrits en classe préparatoire aux grandes écoles (CPGE), on pouvait trouver 34 632 filles.* »
(Source : Repères et références statistiques sur les enseignements, la formation et la recherche Édition 2010)

Selon l'INSEE, la proportion de filles parmi les jeunes entre 15 et 24 ans est de 49,2 %.

Peut-on considérer, en s'appuyant sur le document 1 que les filles inscrites sont sous-représentées en CPGE ? Justifier la réponse.

On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.

On est à la recherche de l'intervalle de fluctuation relatif à la proportion 49,2 %, sur un échantillon de taille $n = 81\,135$.

On est dans les conditions d'applications de la formule : $I = \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ puisque $n \geqslant 25$ et $p \in [0,2\ ;\ 0,8]$.

On évalue cet intervalle avec les données numériques : $I = [0,488\ ;\ 0,496]$.

La fréquence de filles en CPGE devrait être comprise entre 0,488 et 0,496
Or, elle est égale à $\frac{34\,632}{81\,135} \approx 0,427$.

On peut donc considérer que les filles sont **sous-représentées** en CPGE.

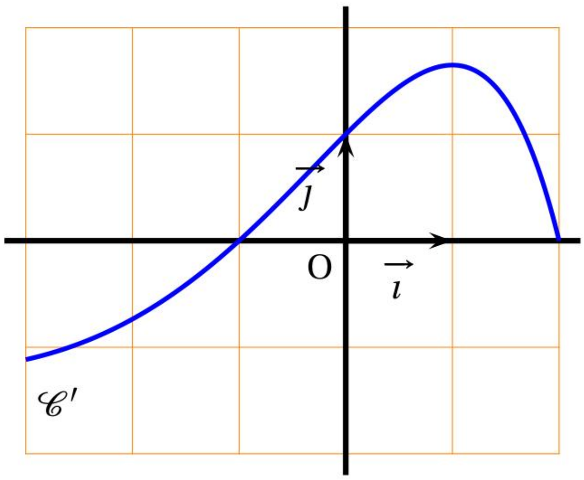
Vidéo complémentaire :

web

***Exercice* 2** :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
On considère une fonction f dérivable sur l'intervalle $[-3\ ;\ 2]$.
On dispose des informations suivantes :

- $f(0) = -1$.
- la dérivée f' de la fonction f admet la courbe représentative $\mathscr{C}'$ ci -dessous.



Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3, -1]$, $f'(x) \leqslant 0$.

Sur l'intervalle $[-3, -1]$, tous les points de la courbe ont une ordonnée négative. VRAIE

2. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-1\,;\,2]$.

Sur l'intervalle $]-1\,;\,2[$, on lit que $f'(x) > 0$, donc que f est croissante sur cet intervalle. VRAIE

3. Pour tout réel x de l'intervalle $[-3\,;\,2]$, $f(x) \geqslant -1$.

Sur l'intervalle $]-1\,;\,0[$, on a $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $]-1\,;\,0[$. Or on sait que $f(0) = -1$. D'après la croissance stricte sur l'intervalle tous les points de cet intervalle ont une image par f inférieure à -1. FAUSSE

4. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f.
La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 passe par le point de coordonnées $(1\,;\,0)$.

Pour $x = 0$, on lit $f'(0) = 1$ et on sait que $f(0) = -1$.
On sait que l'équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 est :
$y = f'(0)(x-0) + f(0) \iff y = 1x + (-1) \iff y = x - 1$.

Cette tangente contient bien le point de coordonnées $(1\,;\,0)$ car ces cordonnées vérifient l'équation de la tangente. VRAIE

Vidéo complémentaire :

web

***Exercice* 3** :

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35 % des plants proviennent de l'horticulteur H_1, 25 % de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3. Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des arbres à feuilles.

La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50 % et celle de l'horticulteur H_3 seulement 30 %.

On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilée à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

Nous avons un schéma de Bernoulli (l'arbre choisi est-il un conifère ?), avec une probabilité de succès de $0,525$ qui est répété 10 fois de façon indépendante (puisque l'on suppose que les choix successifs peuvent être assimilés à un tirage au sort avec remise), donc la variable aléatoire X suit bien une loi binomiale de paramètres 10 et $0,525$.

La valeur 0,525 s'obtient par le calcul : $0,8 \times 0,35 + 0,25 \times 0,5 + 0,4 \times 0,3$; ce calcul détermine la proportion de conifères au sein de la jardinerie.

2. Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères ?
On arrondira à 10^{-3}.

La probabilité demandée ici est celle de l'événement $X = 5$, et donc :
$P(X = 5) = \binom{10}{5} \times 0,525^5 \times (1 - 0,525)^5$
Finalement $P(X = 5) \approx 0,243$.

3. Quelle est la probabilité que cet échantillon comporte au moins deux arbres feuillus ?
On arrondira à 10^{-3}.

Cette fois, la probabilité demandée est celle de $X \leqslant 8$, qui est l'événement contraire de la réunion des événements disjoints $X = 9$ et $X = 10$.

On a alors : $P(X \leqslant 8) = 1 - P(X = 9) - P(X = 10) \approx 0,984$.

Vidéo complémentaire :