proposition de corrigé SUJET A

***Exercice* 1** :

On donne : $P(A \cup B) = 0,76$; $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,2$

1. Les évènements A et B sont-ils indépendants ? (à justifier)

Oui

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ donne : $P(A \cap B) = 0,7 + 0,2 - 0,76 = 0,14$

Or, $P(A) \times P(B) = 0,7 \times 0,2 = 0,14$ Comme l'égalité $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, on peut dire que les évènements A et B sont indépendants.

2. Les évènements A et B sont-ils incompatibles ? (à justifier)

Non

Comme ils sont indépendants, ils ne sont pas incompatibles (voir remarque du cours).

Autre justification : $P(A \cap B) \neq 0$ donc $A \cap B \neq \emptyset$

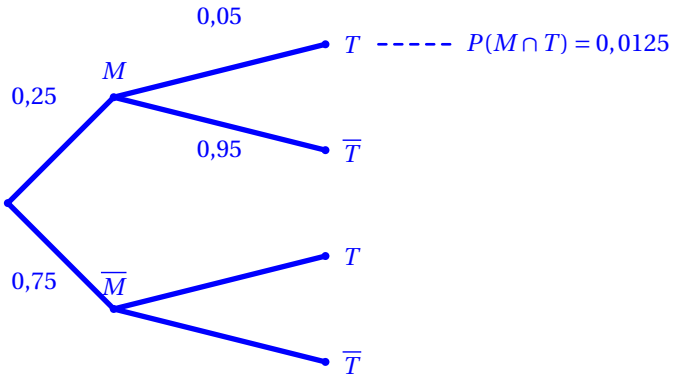
***Exercice* 2** :

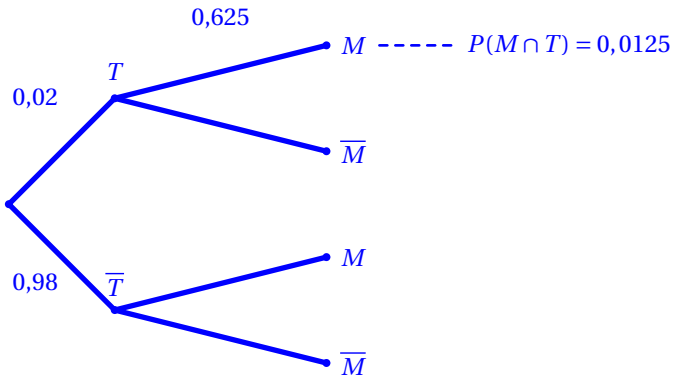
Les statistiques du ministère de la Jeunesse et des Sports ont permis d'établir qu'en période de compétition, pour un athlète pris au hasard, la probabilité d'être déclaré positif à un contrôle antidopage est égale à 0,02. La prise d'un certain médicament M peut entraîner un contrôle positif. En période de compétition, on estime que ce médicament M qui diminue fortement la fatigue musculaire est utilisé par 25 % des athlètes. La probabilité d'être déclaré positif au contrôle si le médicament M a été utilisé est égale à 0,05.

Un athlète est tiré au sort pour effectuer un contrôle antidopage. On note M l'évènement « utiliser le médicament M » et T l'évènement « être contrôlé positif ».

1. Le but cette question est de calculer la probabilité que l'athlète ait réellement utilisé le médicament M si son contrôle se révèle positif.

a. Construire deux arbres pondérés modélisant la situation et noter sur les branches les probabilités issues de la consigne.





b. Calculer $P(M \cap T)$

$P(M \cap T) = P(M) \times P_M(T) = 0,25 \times 0,05 = 0,0125$

c. En déduire la valeur de $P_T(M)$; a-t-on répondu à la question posée ?

$P_T(M) = \dfrac{P(M \cap T)}{P(T)} = \dfrac{0,0125}{0,02} = 0,625$

Oui, car ce qu'on cherche à calculer est bien $P_T(M)$.

2. Le but cette question est de calculer la probabilité que le contrôle soit positif alors que l'athlète n'a pas utilisé le médicament M.

a. Traduire par une expression faisant intervenir une probabilité conditionnelle le résultat cherché dans cette question.

C'est $P_{\overline{M}}(T)$

b. Pourquoi a-t-on le droit d'écrire : $P(T) = P(T \cap M) + P(T \cap \overline{M})$?

C'est la formule des probabilités totales.

c. En déduire la réponse à la question.

On remplace les valeurs connues dans l'expression précédente :

$0,02 = 0,0125 + 0,75 \times P_{\overline{M}}(T)$; cela donne : $0,75P_{\overline{M}}(T) = 0,075$ et donc $P_{\overline{M}}(T) = 0,01$

D'après ce résultat, un athlète à 1 % de « chance » d'être contrôlé positif alors qu'il n'a pas pris le médicament.

proposition de corrigé SUJET B

***Exercice* 1** :

On donne les informations suivantes : $P(A\cup B)=0,72$; $P(A)=0,6$; les évènements A et B sont indépendants.

1. Quelle est la valeur de $P(A)$?

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$ (comme A et B sont indépendants, $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$)

On remplace avec les valeurs numériques : $0,72=0,6+P(B)-0,6\times P(B)$; ce qui donne :

$0,4\times P(B)=0,72-0,6$ et finalement : $P(B)=0,3$

2. Les évènements A et B sont-ils incompatibles ? (à justifier)

Comme ils sont indépendants, ils ne sont pas incompatibles (voir remarque du cours).

Autre justification : $P(A\cap B)=0,3\times 0,6=0,18\neq 0$ donc $A\cap B\neq\emptyset$

***Exercice* 2** :

Le dépistage de l'hyperthyroïdie s'effectue par un test basé sur le dosage de la TSH.

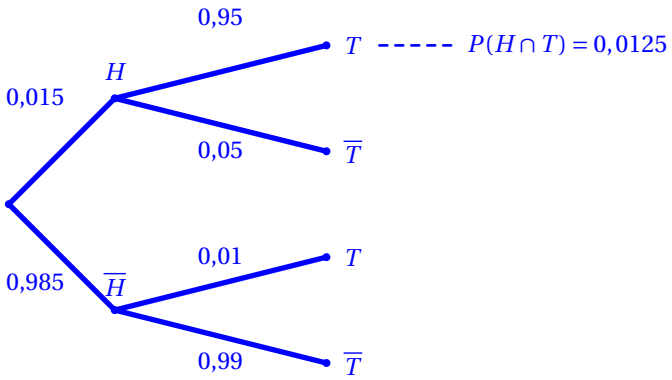
Les résultats sont les suivants :
– chez les malades, 95 % de tests sont positifs ;
– chez les non malades, 99 % de tests sont négatifs.

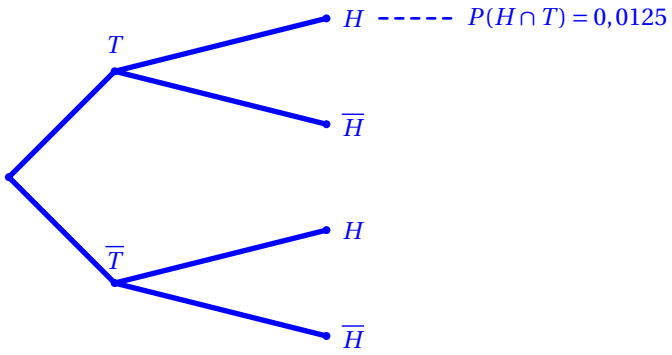
Sachant que la fréquence (on appelle prévalence) de l'hyperthyroïdie dans la population est de 1,5 %, on cherche à déterminer :
– la probabilité d'être malade sachant que le test est positif (on appelle cela la valeur prédictive positive du test) ;
– la probabilité de ne pas être malade sachant que le test est négatif (on appelle cela la valeur prédictive négative du test)

On note H l'évènement « être atteint d'hypertyroïdie » et T l'évènement « avoir un test positif au test ».

1. Le but cette question est de calculer la la valeur prédictive positive du test.

a. Construire deux arbres pondérés modélisant la situation et noter sur les branches les probabilités issues de la consigne.





b. Pourquoi a-t-on le droit d'écrire : $P(T) = P(T \cap H) + P(T \cap \overline{H})$?

C'est la formule des probabilités totales.

c. Calculer la valeur de $P(T)$.

$P(T) = P(H) \times P_H(T) + P(\overline{H}) \times P_{\overline{H}}(T) = 0,015 \times 0,95 + 0,985 \times 0,01 = 0,0241$

d. En déduire la valeur de $P_T(H)$; a-t-on répondu à la question posée ?

$P_T(H) = \dfrac{P(T \cap H)}{P(T)} = \dfrac{0,015 \times 0,95}{0,0241} \approx 0,59$

$P_T(H)$ est bien la valeur prédictive du test (cette valeur est d'ailleurs mauvaise ...)

2. Le but cette question est de calculer la valeur prédictive négative du test.

a. Traduire par une expression faisant intervenir une probabilité conditionnelle le résultat cherché dans cette question.

C'est $P_{\overline{T}}(\overline{H})$

b. Comment calculer facilement $P(\overline{T})$?

En faisant $P(\overline{T}) = 1 - P(T) \approx 0,9759$

c. Déterminer la valeur de $P(\overline{T} \cap \overline{H})$.

$P(\overline{T} \cap \overline{H}) = P(\overline{H}) \times P_{\overline{H}}(\overline{T}) = 0,985 \times 0,99 = 0,97515$

d. En déduire la réponse à la question.

$P_{\overline{T}}(\overline{H}) = \dfrac{P(\overline{T} \cap \overline{H})}{P(\overline{T}} \approx \dfrac{0,97515}{0,9759} \approx 0,999$