

## 2nde – IE – Probabilités – Eléments de correction

### Exercice 1

On appelle Q l'événement “ obtenir 4 ”.

L'expérience de lancer deux dés équilibrés est équiprobable sur  $4 \times 4 = 16$  issues.

3 issues réalisent Q :  $1 \times 4$ ,  $2 \times 2$  et  $4 \times 1$ .

On en déduit que  $p(Q) = \frac{3}{16}$ .

Remarque : on peut aussi faire un tableau ou un arbre pour dénombrer les 16 issues et les 3 qui réalisent Q. Au delà du dénombrement, le vocabulaire et les notations sont importantes.

### Exercice 2

1) Arbre ci-dessous.

2) Description en français des événements

- $A \cap B$  est l'événement “ obtenir au moins un Pique et au moins une Dame ”
- $A \cup B$  est l'événement “ obtenir au moins un Pique ou au moins une Dame ”
- $\bar{A}$  est l'événement contraire de A : “ ne pas obtenir de Pique ”.

3) Dénombrement sur l'arbre

L'expérience comporte 12 issues équiprobables

10 issues réalisent A donc  $p(A) = \frac{10}{12}$

De même,  $p(B) = \frac{10}{12}$  et  $p(A \cap B) = \frac{8}{12}$ .

$$4) \quad p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = \frac{10}{12} + \frac{10}{12} - \frac{8}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

Remarque :  $A \cup B$  est l'événement certain.

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = \frac{2}{12}.$$

| Expérience |            | Evénements réalisés ? |     |           |
|------------|------------|-----------------------|-----|-----------|
| 1ère carte | 2ème carte | A                     | B   | A inter B |
| DP         | DC         | Oui                   | Oui | Oui       |
|            | AP         | Oui                   | Oui | Oui       |
|            | 8T         | Oui                   | Oui | Oui       |
|            | DP         | Oui                   | Oui | Oui       |
| DC         | AP         | Oui                   | Oui | Oui       |
|            | 8T         |                       | Oui |           |
|            | DP         | Oui                   | Oui | Oui       |
|            | DC         | Oui                   | Oui | Oui       |
| AP         | 8T         | Oui                   |     |           |
|            | DP         | Oui                   | Oui | Oui       |
|            | DC         |                       | Oui |           |
|            | AP         | Oui                   |     |           |
| 8T         | DP         | Oui                   | Oui | Oui       |
|            | DC         |                       | Oui |           |
|            | AP         |                       |     |           |
|            | 8T         |                       |     |           |
| Nombre     |            | 10                    | 10  | 8         |

### Exercice 3

On note L l'événement “ l'élève fait du latin ” et AS l'événement “ l'élève est à l'AS ”.

Le tirage au sort d'un élève dans le groupe obéit à la loi équirépartie sur 33 élèves, donc  $p(L) = \frac{7}{33}$ ,  $p(AS) = \frac{12}{33}$ ,  $p(\bar{L} \cap \bar{AS}) = \frac{18}{33}$

On peut représenter le résultat de l'expérience dans un tableau double entrées (qui représente une partition), avec les données de l'énoncé et celles que l'on peut calculer (notamment avec la formule sur l'événement contraire).

| Probabilités | AS                                             | $\bar{AS}$                                     | Total                              |
|--------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------|
| $L$          | $\frac{7}{33} - \frac{3}{33} = \frac{4}{33}$   | $\frac{21}{33} - \frac{18}{33} = \frac{3}{33}$ | $\frac{7}{33}$                     |
| $\bar{L}$    | $\frac{26}{33} - \frac{18}{33} = \frac{8}{33}$ | $\frac{18}{33}$                                | $1 - \frac{7}{33} = \frac{26}{33}$ |
| Total        | $\frac{12}{33}$                                | $1 - \frac{12}{33} = \frac{21}{33}$            | 1                                  |

Conclusion : la probabilité de  $L \cap AS$  est  $p(L \cap AS) = \frac{4}{33}$

---

**Exercice 4**

Il y a  $6 \div 3 = 2$  boules jaunes, et donc  $20 - 6 - 2 = 12$  boules vertes et bleues restantes.

On nomme  $b$  le nombre de bleues :  $2b + b = 12 \Leftrightarrow 3b = 12 \Leftrightarrow b = 4$ .

L'urne contient donc 6 rouges, 2 jaunes, 4 bleues et 8 vertes.

Tirer une boule parmi les 20 est une expérience équiprobable.

La loi de la couleur obtenue est donc :

| Issue       | Rouge                         | Jaune                         | Vert                         | Bleu                         |
|-------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Probabilité | $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ | $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ | $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ | $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ |

Remarque : la loi de la couleur obtenue n'est pas équirépartie.

---

**Exercice 5**

Sur cet exercice de recherche plus que sur les autres, lire le corrigé ne sert à rien. Il faut prendre un crayon et faire par exemple des arbres pour bien se rendre compte de ce qui se passe...

On nomme  $A$  l'événement “ obtenir au moins un Pile ”.

En faisant par exemple un début d'arbre, on se rend compte que :

- Il y a  $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^n$  issues à l'expérience (on multiplie par deux le nombre d'issues à chaque lancer).
- Pour un lancer :  $p(A) = \frac{1}{2}$
- Pour deux lancers :  $p(A) = \frac{3}{4} = 0,75$
- Pour trois lancers :  $p(A) = \frac{7}{8} \approx 0,875$
- Pour quatre lancers :  $p(A) = \frac{15}{16} \approx 0,938$

C'est à partir de 4 lancers que  $p(A)$  semble supérieure à 0,9.

Pour le justifier autrement :

$\bar{A}$  est l'événement “ aucun Pile ”, c'est à dire “ que des Faces ”.

Il n'y a qu'une seule issue réalisant  $\bar{A}$  sur l'arbre comportant  $2^n$  issues.

Donc  $p(A) = 1 - \frac{1}{2^n}$ .

La calculatrice permet de constater qu'à partir de  $n=4$ ,  $p(A)$  semble être supérieure à 0,9.

Remarque : pour le démontrer complètement, il faut attendre d'avoir des outils de première, car si on voit bien que la probabilité est croissante, on ne l'a pas démontré.