Proposition de corrigé

calculatrice *personnelle* obligatoire !

***Exercice* 1 :** (/ 3 points)

X est une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = \dfrac{2}{3}$

1. Calculer $P(X = 20) \approx 0,153$

2. Calculer $P(X \leqslant 15) \approx 0,044$

3. Calculer $P(X \geqslant 15) \approx 0,981$

***Exercice* 2 :** (/ 7 points)

Madame D.L est professeur principale d'une classe comprenant 31 élèves. Elle peste parce qu'il manque toujours des fiches administratives au moment de la date limite.

Monsieur G lui donne des arguments mathématiques : « même si on considère que la probabilité qu'un élève donne ses papiers à la bonne date est égale à 0,9, tu verras qu'on est presque sûr qu'il manquera un papier à la date voulue ! »

1. On note N la variable aléatoire qui compte le nombre d'élèves qui rendent leurs papiers à la date voulue. Quelle est la loi suivie par N (justifier)

   Le fait de rendre les papiers de la part d'un élève est considéré comme un événement aléatoire qui a une probabilité égale à 0,9 de se réaliser. On va considérer que ces expériences sont **indépendantes** d'un élève à l'autre. Il y a ainsi 31 répétitions indépendantes de la même expérience aléatoire (rendre ou pas à temps ses documents), chaque expérience ayant une probabilité égale à 0,9 de se réaliser.

   On est en présence d'une loi binomiale de paramètres $n = 31$ et $p = 0,9$.

2. Calculer $P(N = 31)$; peut-on s'attendre à ce que tous les élèves aient rendus leurs papiers à la date voulue ?

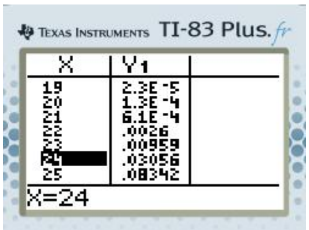
   $P(N = 31) \approx 0,038$: cette probabilité est très faible. On ne peut pas s'attendre à ce que tous les documents soient remis à temps.

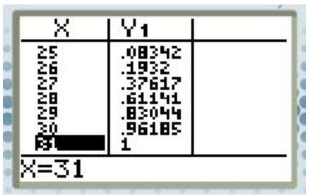
3. Calculer $P(N \geqslant 27)$; interpréter le résultat.

   $P(N \geqslant 27) = 1 - P(N \leqslant 26) \approx 0,807$: il y a une probabilité égale à environ 0,8 que plus de 27 papiers soient rendus à temps. Il est presque sûr que plus de 27 documents soient rendus à temps.

4. Madame D.L explique que la dernière fois qu'elle a dû ramasser des papiers, il en manquait 10. Elle remet en cause l'hypothèse de Monsieur G sur le fait que la probabilité qu'un élève remette ses papiers à temps est égale à 0,9 : a-t-elle raison ? (on pourra s'aider d'un intervalle de fluctuation à 95 % pour répondre à cette question).

   On va construire l'intervalle de fluctuation à 95 % d'une loi binomiale de paramètres $n = 31$ et $p = 0,9$:





   Première valeur pour laquelle la probabilité cumulée dépasse 0,025 : $N = 24$
   Première valeur pour laquelle la probabilité cumulée dépasse 0,975 : $N = 31$

   L'intervalle de fluctuation à 95 % de cette loi est $[24 ; 31]$: si le modèle de Monsieur G. est correct, on s'attend à avoir entre 24 et 31 élèves qui rendent leurs documents à temps.

   Or, seulement 21 documents ont été rendus à temps : le modèle ne semble pas correct : Madame D.L a raison de remettre en doute le modèle de Monsieur G.