

Exercice 1*Question de cours*

Donner la définition de la borne supérieure d'un ensemble A inclus dans \mathbb{R} et les résultats importants à connaître.

Exercice 2*bornes supérieure et inférieure*

On considère deux ensembles inclus dans \mathbb{R} , non vides et bornés, notés A et B .

On note $A - B$ l'ensemble $\{a - b, a \in A, b \in B\}$

1. Justifiez que $A - B$ admet une borne supérieure.
2. La borne supérieure de $A - B$ (notée $\sup(A - B)$) est-elle égale à :
 - a. $\sup(A) - \sup(B)$?
 - b. $\sup(A) - \inf(B)$?
 - c. $\inf(A) - \sup(B)$?
 - d. $\inf(A) - \inf(B)$?

Vous démontrerez le résultat « vrai » et un des résultats « faux ».

Exercice 3*nombres rationnels et irrationnels*

1. Démontrez que les racines du polynôme $x^2 - x - 1$ sont des nombres irrationnels. Est-ce le cas de la somme des deux racines ?
2. Démontrez le cas général : la somme des racines d'un polynôme du second degré à coefficients rationnels est un nombre rationnel.