

Exercice 1*Question de cours**/3 points*

Donner la définition de la notion d'équivalent pour des fonctions ainsi que quelques exemples.

Exercice 2*suites adjacentes**/2 points*

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \text{ et } v_n = u_n + \frac{1}{n}$$

Démontrer que les suites (u_n) et (v_n) sont adjacentes.

Exercice 3*prolongement par continuité**/1 point*

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$.

2. Montrer que cette fonction se prolonge par continuité en une fonction définie et continue sur \mathbb{R} .

Exercice 4*une fonction non continue**/2 points*

Soit f définie par : $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$

Soit $a \in \mathbb{Q}$; démontrer que f n'est pas continue en a .

Exercice 5*dérivée n^{ieme}* */2 points*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par : $f(x) = \frac{1}{1+x}$

Pour tout $k \in \mathbb{N}$, déterminer la dérivée d'ordre k de la fonction f .
