

**Exercice 1***Question de cours*

/3 points

Donner la définition de la notion d'équivalent pour des fonctions ainsi que quelques exemples.

---

**Exercice 2***suites adjacentes*

/2 points

On considère les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies par :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \text{ et } v_n = u_n + \frac{1}{n}$$

Démontrer que les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  sont adjacentes.

---

**Exercice 3***prolongement par continuité*

/1 point

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ .
  2. Montrer que cette fonction se prolonge par continuité en une fonction définie et continue sur  $\mathbb{R}$ .
- 

**Exercice 4***une fonction non continue*

/2 points

Soit  $f$  définie par :  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$

Soit  $a \in \mathbb{Q}$  ; démontrer que  $f$  n'est pas continue en  $a$ .

---

**Exercice 5***dérivée  $n^{\text{ième}}$* 

/2 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  par :  $f(x) = \frac{1}{1+x}$

Pour tout  $k \in \mathbb{N}$ , déterminer la dérivée d'ordre  $k$  de la fonction  $f$ .

---