TD n°2 : Suites réelles

Maîtriser dans un premier temps :
- suite définie explicitement, par récurrence
- suite croissante, décroissante
- suite bornée (majorée, minorée)
- convergence d'une suite vers un réel, vers l'infini
- opérations sur les limites
- suite extraite
- « toute suite croissante majorée est convergente »
- suites adjacentes
- théorème de comparaison
- théorème d'encadrement

1 quelques Vrai/Faux

1. Si une suite ne tend pas vers $+\infty$ ou $-\infty$, alors elle converge vers une limite finie.
2. Si pour tout $n \geqslant 1$, $u_n \geqslant n$, alors (u_n) est une suite croissante.
3. Si (u_n) est une suite convergente vers un réel l, alors elle est majorée.

2 deux preuves

1. On définit une suite (u_n) de la manière suivante : $u_0 = 0$; $u_1 = 0,2$; $u_2 = 0,23$; $u_3 = 0,235$; plus généralement, on construit u_{n+1} à partir de u_n en ajoutant les chiffres du n^{ieme} nombre premier. Montrer que cette suite admet une limite finie.

2. Montrer que la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$ n'admet pas de limite réelle.

3 quelques calculs de limites

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2^n}{3^n+1}$
2. $u_0 = -8$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n$
3. $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ avec $S_n = 1 + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{9} + \cdots + \dfrac{1}{3^n}$