

TD n°1 : Nombres réels

1 Inégalités

Exercice 1 : Montrer que, pour tout $x \geq 1$, $\frac{1-x}{\sqrt{x}+1} \geq \frac{1-x}{2}$

Exercice 2 :

1. A quel intervalle appartient x^2 si $x \in]-5; 1[$?
2. Quel est l'ensemble des solutions réelles de l'inéquation $\frac{1}{x} < -2$?

Exercice 3 : On considère le sous-ensemble A de $\mathbb{R}$ défini par :

$$A = \left\{ \frac{x-y}{x+y+3} ; x \in [-1; 1], y \in [-1; 1] \right\}$$

Trouver un majorant et un minorant de A .

2 Valeurs absolues

Exercice 1 : Dessiner les sous-ensembles suivants (a est un réel fixé, ϵ est un réel strictement positif) :

- * $I = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } |x| > 3\}$
- * $I' = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } |x-5| < 1\}$
- * $I'' = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } |x+5| < 2\}$
- * $I_{a,\epsilon} = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } |x-a| < \epsilon\}$
- * $K_{a,\epsilon} = \{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } |x-a| > \epsilon\}$

Exercice 2 : Définir à l'aide d'une valeur absolue (par une relation du type $|x-a| \leq b$ les encadrements suivants :

$$x \in [-2; 2] \qquad x \in [-3; 5] \qquad x \in [-1; 6]$$

Exercice 3 : Démontrer que pour tout réel a et b donnés, on a les relations suivantes :

$$\max(a, b) = \frac{a+b+|b-a|}{2} \qquad \min(a, b) = \frac{a+b-|b-a|}{2}$$