Séance en salle informatique utilisant le logiciel Géogébra

Il est attendu que vous fassiez les étapes suivantes, en regardant au besoin les réponses placées à la fin de la fiche.

I prise en main

1. ouvrir le fichier Géogébra « **activite** » se trouvant sur le site ;
2. la courbe représentative de la fonction carrée est tracée sur l'intervalle [-5 ;5] ; la fonction carrée est nommée f ; le point $A(3;9)$ a été placé (ce point appartient à la courbe) ;
3. placez le point d'abscisse 2 appartenant à la courbe ; on le nommera B ;
4. calculez la valeur du coefficient directeur de la droite (AB). (vous pouvez retrouver ce résultat en lisant l'équation de la droite (AB) dans la partie gauche de l'écran) ;
5. cacher la droite (AB) : pour cela, faire un clique droit sur la droite (AB), et décocher la ligne « Afficher l'objet ».

On souhaite faire le même type de travail, avec un point mobile plus ou moins proche de A.

II cas plus général

1. faites glisser le curseur placé en haut du repère vers 1 : un point M et la droite (AM) apparaissent ; un curseur nommé h apparaît ;
2. faites glisser le curseur h : que se passe-t-il ?
3. quelles sont les coordonnées du point M (expression attendue en fonction de h) ?
4. que se passe-t-il quand h se rapproche de 0 ? Que se passe-t-il quand h est exactement égal à 0 ?
5. quel est le coefficient directeur de la droite (AM) ? (l'expression attendue dépend de h)
6. que diriez-vous de la droite (AM) quand h se rapproche de 0 ?

III bilan

A l'aide du livre, donnez une interprétation de l'expression suivante :

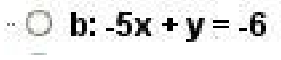
$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

en particulier quand h se rapproche de 0

Quelques éléments de réponses

I prise en main

4. coefficient directeur de la droite (AB) : $\dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \dfrac{9-4}{3-2} = 5$

Dans la partie droite du fichier, on peut voir 

, ce qui donne comme équation : $y = 5x - 6$; le coefficient directeur est bien égal à 5.

II cas plus général

2. Le point M évolue sur la courbe ; la droite (AM) coupe la courbe en deux points : A et M.

L'abscisse de M varie entre 2 et 4 (h variant entre -1 et 1).

3. M a pour abscisse $3+h$; son ordonnée est égale au carré de son abscisse, c'est-à-dire : $(3+h)^2$

4. quand h se rapproche de 0, M se rapproche de A ; la droite (AM) relie deux points de la courbe de plus en plus proches, presque superposés l'un sur l'autre.

Quand $h = 0$, la droite (AM) n'est plus définie, puisque les points A et M sont exactement superposés.

5. on part de la même formule qu'en partie I : $\dfrac{y_A - y_M}{x_A - x_M} = \dfrac{9-(3+h)^2}{3-(3+h)} = \dfrac{-6h-h^2}{-h} = 6+h$

6. quand h se rapproche de 0, la droite (AM) se rapproche de la position de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3. (la tangente est une droite qui n'a qu'un seul point de contact avec la courbe).

III bilan

L'expression $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ est le coefficient directeur d'une droite passant par deux points de la courbe représentative de la fonction f.

Ces points ont pour coordonnées $(a; f(a))$ et $((a+h); f(a+h))$.

Quand h se rapproche de 0, la droite se rapproche de la position de la tangente ; en effet, le point de coordonnées $((a+h); f(a+h))$ se rapproche du point de coordonnées $(a; f(a))$. La droite qui passe par ces deux points de la courbe ne semble passer que par un point, les deux points étant presque superposés.

La quantité $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$, lorsque h est très proche de 0, est la valeur du coefficient directeur de la tangente à la courbe.