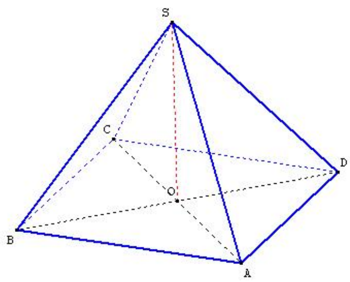
Complément du corrigé du DM n°3

Méthode permettant de déterminer la hauteur d'un triangle composant une pyramide lorsque l'on connaît la hauteur de la pyramide

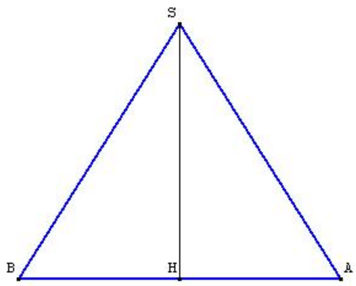
Bien noté que le mot « hauteur »a ici deux sens différents :

Pour un solide :



ici est présentée une pyramide de sommet S ; sa hauteur est la longueur du segment $[OS]$

Pour un triangle :



ici est présenté un triangle : la hauteur associée à la base $[AB]$ est la longueur du segment $[HS]$

Supposons qu'on ait les informations suivantes concernant la pyramide :

* la base est un carré de 1 000 m^2

* la hauteur de la pyramide est égale à 21,65 m

Cette dernière information signifie que $OS = 21,65$ **m** (et non pas $SH = 21,65$ m)

Par ailleurs, la surface du carré de base permet de trouver une valeur approchée de AB :
$AB = \sqrt{1000} \approx 31,6$ m

Le but ici est de déterminer une valeur de SH, hauteur du triangle SAB associée à la base $[AB]$

En analysant la situation, on se rend compte que si on connaît SH et SB, on aura BH en appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle SBH rectangle en H [1]

longueur BO :

$ABCD$ est un carré de côté 31,6 m.

O est à l'intersection des diagonales du carré, donc il est le milieu de ces diagonales :

$BO = \dfrac{1}{2} \times BD$

Si on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A, on obtient :

$BD^2 = AB^2 + DA^2 \approx 31.6^2 + 31.6^2 = 2000$ et donc : $BD = \sqrt{2000} \approx 44,7$ m

Ainsi, $BO \approx 22,4$ m

longueur BS :

On applique à nouveau le théorème de Pythagore dans le triangle SOB rectangle en O :

$SO^2 = BO^2 + OS^2 \approx 22,4^2 + 21,65^2 \approx 968,7$ et donc $BS \approx 31,1$ m

longueur SH :

On applique une dernière fois le théorème de Pythagore dans le triangle SBH rectangle en H, en remarquant que $BH \approx 15,8$ m

$SH^2 = BS^2 - BH^2 \approx 31,1^2 - 15,8^2 \approx 718,7$ et donc $SH \approx 26,8$ m

$$\text{Ainsi, } \boxed{SH \approx 26,8 \text{ m}}$$

remarques :

* cette valeur de la hauteur est supérieure à la hauteur de la pyramide, ce qui cohérent.

* connaissant la valeur de cette hauteur, il est facile de calculer l'aire du triangle.

[1] la pyramide étant à base carrée, les triangles latéraux sont identiques et isocèles ; si H est tel que SH est une hauteur du triangle ABS, H est le milieu du segment $[AB]$