## 1 - 2) démontrer qu'une suite est géométrique ou arithmétique

Soit $(p_n)$ la suite définie pour tout nombre entier supérieur à 1 par : $p_1 = \frac{4}{5}$ et $p_{n+1} = \frac{3}{5}p_n + \frac{1}{5}$

On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = p_n - \frac{1}{2}$ : montrer que la suite $(u_n)$ est une suite géométrique, dont on précisera la raison.

En déduire une expression de $u_n$ puis de $p_n$ ($n$ entier supérieur à 1)

# Corrigé

## Démontrer qu'une suite est géométrique ou arithmétique

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= p_{n+1} - \tfrac{1}{2} \\ &= \tfrac{3}{5}p_n + \tfrac{1}{5} - \tfrac{1}{2} \\ &= \tfrac{3}{5}(u_n + \tfrac{1}{2}) + \tfrac{1}{5} - \tfrac{1}{2} \\ &= \tfrac{3}{5}u_n + \tfrac{3}{10} + \tfrac{2}{10} - \tfrac{5}{10} \\ &= \tfrac{3}{5}u_n \end{aligned}$$

La suite $(u_n)$ est donc géométrique de raison $\dfrac{3}{5}$.

On sait exprimer un terme d'une suite géométrique : $u_n = u_1\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}$

On calcule $u_1$ : $u_1 = p_1 - \frac{1}{2} = \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{8-5}{10} = \frac{3}{10}$ ; donc $u_n = \frac{3}{10}\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}$

Comme $p_n = u_n + \frac{1}{2}$, on conclut que $p_n = \frac{1}{2} + \frac{3}{10}\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1}$ pour tout nombre entier supérieur à 1.

---

Recommencez ce travail avec :

$u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 0,8u_n - 2$

1. soit $d_n = u_n + 10$ ; montrer que $(u_n)$ est géométrique et préciser sa raison ;
2. en déduire une expression de $d_n$ puis que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 14 \cdot 0,8^n - 10$

---

Vous pouvez encore refaire ce travail avec : $u_0 = 3$ ; $u_{n+1} = 8u_n - 5$ en montrant que la suite $d_n = u_n - \frac{5}{7}$ est géométrique.