Durée : 2 h **calculatrice autorisée**

Proposition de corrigé

Dans tout ce devoir, la qualité de la rédaction et le soin seront pris en compte dans la notation.

Les réponses peuvent être complétées sur cette feuille : bien **inscrire votre nom** ; si vous le jugez utile, vous pouvez rendre des compléments sur une feuille avec cette copie.

Sauf mention explicite, les **réponses sont à justifier**.

***Exercice* 1** */4 points*

D'après le Ministère de la Jeunesse et des Sports, 66 % des jeunes qui ont entre 15 et 18 ans pratiquent au moins une activité sportive dans un club.
La classe de 1ère ES/L compte 20 élèves qui pratiquent au moins une activité sportive dans un club, et 14 qui ne pratiquent aucune activité sportive dans un club.

1. **Dans cette question, la population étudiée est l'ensemble des jeunes qui ont entre 15 et 18 ans**. La classe de 1ère ES/L est considérée comme un échantillon de cette population.
   (a) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population étudiée soit inscrit dans un club de sport ?

   Avec les données dont on dispose, on peut prendre comme modèle une probabilité égale à 66 %=0,66.

   (b) Quelle est la fréquence des personnes inscrites à un club de sport au sein de la classe de 1ère ES/L ?

   La fréquence est égale à $\frac{20}{34} \approx 0,588$.

   (c) La classe de 1ère ES/L est-elle conforme à la population des 15 - 18 ans par rapport au fait d'être inscrit ou non à un club de sport ? (On pourra utiliser un intervalle de fluctuation, après avoir précisé pourquoi on a le droit de l'utiliser dans cette question.)

   Comme $p > 0,2$ et $p < 0,8$, et que d'autre part l'échantillon est suffisamment grand ($n > 25$), on peut appliquer la formule donnant un intervalle de fluctuation à 95 %. Cela donne ici :
   $$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,66 - \frac{1}{\sqrt{34}}\ ;\ 0,66 + \frac{1}{\sqrt{34}}\right] \approx [0,488\ ;\ 0,831]$$
   Comme la fréquence des élèves pratiquant au moins une activité en club en 1ère ES/L appartient à cet intervalle de fluctuation, on peut considérer que la fréquence plus faible que celle attendue est due au hasard, et donc que **la classe de 1ère ES/L est conforme à la population des jeunes de 15 à 18 ans par rapport à la pratique sportive**.

2. **Dans cette question, la population étudiée est la classe de 1ère ES/L.**

   (a) Quelle est la probabilité qu'un individu pris au hasard dans la population étudiée soit inscrit dans un club de sport ?

   Comme la population étudiée est maintenant la classe, la probabilité est égale à $\dfrac{20}{34} \approx 0,588$.

   (b) Quelle est la fréquence des personnes inscrites à un club de sport au sein de la classe de 1ère ES/L ?

   La fréquence reste égale à $\dfrac{20}{34} \approx 0,588$. On est dans le cas ici où l'on connaît entièrement la population étudiée ; la fréquence et la probabilité sont alors confondues (elles ont la même signification, la même valeur).

***Exercice* 2** *　/2 points*

Tony et Boris sont deux copains qui jouent au basket. Ils se lancent un défi en faisant des lancers francs.

Tony en a réussi 12 sur un total de 25, et Boris en a réussi 9 sur un total de 20.

Qui est le plus adroit des deux ?

On cherche à savoir quelle est la fréquence de paniers réussis pour les deux joueurs :
- Tony : 12 réussites sur 25 soit une fréquence de $\dfrac{12}{25} = \dfrac{48}{100} = 0,48 = 48\ \%$
- Boris : 9 réussites sur 20 soit une fréquence de $\dfrac{9}{20} = \dfrac{45}{100} = 0,48 = 45\ \%$

C'est donc Tony le plus adroit sur ces séries de lancers francs.

***Exercice* 3** *　/2 points*

D'après le Ministère de la Jeunesse et des Sports, 66 % des jeunes qui ont entre 15 et 18 ans pratiquent au moins une activité sportive dans un club.
On souhaite savoir si la population des jeunes de 15 à 18 ans qui habitent le village de Bellemont est conforme à la population globale par rapport à la pratique du sport.
Après sondage des jeunes concernés, il apparaît que 51 % d'entre eux sont inscrits à au moins un club de sport.
Peut-on affirmer que les jeunes de Bellemont sont représentatifs ou pas des jeunes de 15 à 18 ans par rapport au fait de pratiquer un sport en club ?

On attend une réponse argumentée ; toute trace de recherche pertinente sera valorisée.

On ne connaît pas le nombre de jeunes dans ce village. S'ils sont très peu nombreux (moins de 25), on ne peut rien dire pour l'instant.

Si leur nombre est supérieur à 25, on peut utiliser la formule de l'intervalle de fluctuation à 95 %.

On sait que la probabilité que ces jeunes fassent du sport est égale à 66 % (donc on peut utiliser la formule du cours) ; on obtient donc :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,66 - \frac{1}{\sqrt{n}} ; 0,66 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

Reste à savoir si la fréquence donnée dans la consigne appartient ou non à cet intervalle

51 %=0,51 appartiendra à cet intervalle dès lors que : $0,51 > 0,66 - \dfrac{1}{\sqrt{n}}$

On peut résoudre cette inéquation, ou procéder par essais, et on trouve que cette relation sera vérifiée quand : $n < \dfrac{1}{0,15^2} \approx 44,4$

Conclusion : si le village compte moins de 44 jeunes (de 15 à 18 ans), ces données permettent de dire que les jeunes du village sont représentatifs de la population des jeunes de 15 à 18 ans par rapport à la pratique d'un sport en club.

S'ils sont plus de 44, on peut dire qu'ils sont significativement moins sportifs dans ce village que dans l'ensemble de la population.

***Exercice* 4** *_/2 points_*

A l'approche de l'hiver reviennent souvent les publicités pour des produits homéopathiques permettant de prévenir la grippe. Beaucoup doutent de l'efficacité de ces produits, dans la mesure où ils ne contiennent que très peu de principe actif.

Proposez un protocole relevant d'une démarche statistique qui permettrait de décider de l'efficacité de ce type de médicament contre la grippe.

Indication provenant de données issues du Ministère de la Santé : chaque hiver, 35 % de la population est touchée par une des formes du virus de la grippe.

On peut proposer de prendre un échantillon de personnes, de leur donner les produits en questions, et de mesurer la fréquence de personnes qui ont la grippe. Il faut un échantillon de taille assez importante, mais cela coûte de l'argent. On peut examiner deux cas : un échantillon de taille 100 et un échantillon de taille 1000.

On évaluera les résultats en disant si la fréquence de personnes ayant pris les produits et n'ayant pas eu la grippe est significativement inférieure celle attendue (35 %), ou si la différence est a priori due au hasard.
On est dans les conditions d'application de la formule de l'intervalle de fluctuation à 95 %.

Échantillon de taille 100 :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,35 - \frac{1}{\sqrt{100}}\ ;\ 0,35 + \frac{1}{\sqrt{100}}\right] = [0,25\ ;\ 0,45]$$

Dans ce cas, si moins de 25 % des personnes testées a eu la grippe, on pourra dire que le produit est efficace.

Échantillon de taille 1000 :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,35 - \frac{1}{\sqrt{1000}}\ ;\ 0,35 + \frac{1}{\sqrt{1000}}\right] \approx [0,318\ ;\ 0,381]$$

Dans ce cas, si moins de 31,8 % des personnes testées a eu la grippe, on pourra dire que le produit est efficace.

***Exercice* 5** *\/2 points*

Un jeu de loterie a des règles qui font que l'on a une chance sur 150 de gagner. Jean se dit que s'il joue 150 parties, il est sûr de gagner au moins une fois.

1. On souhaite simuler ce jeu sur tableur : compléter la première ligne pour simuler **une** partie.

A	B	C	D
=alea()	=si(A1<1/150;1;0)		

2. Sur le tableur, on pourra étirer cette ligne jusqu'à la ligne 150. Expliquer comment comptabiliser le nombre de parties gagnées.

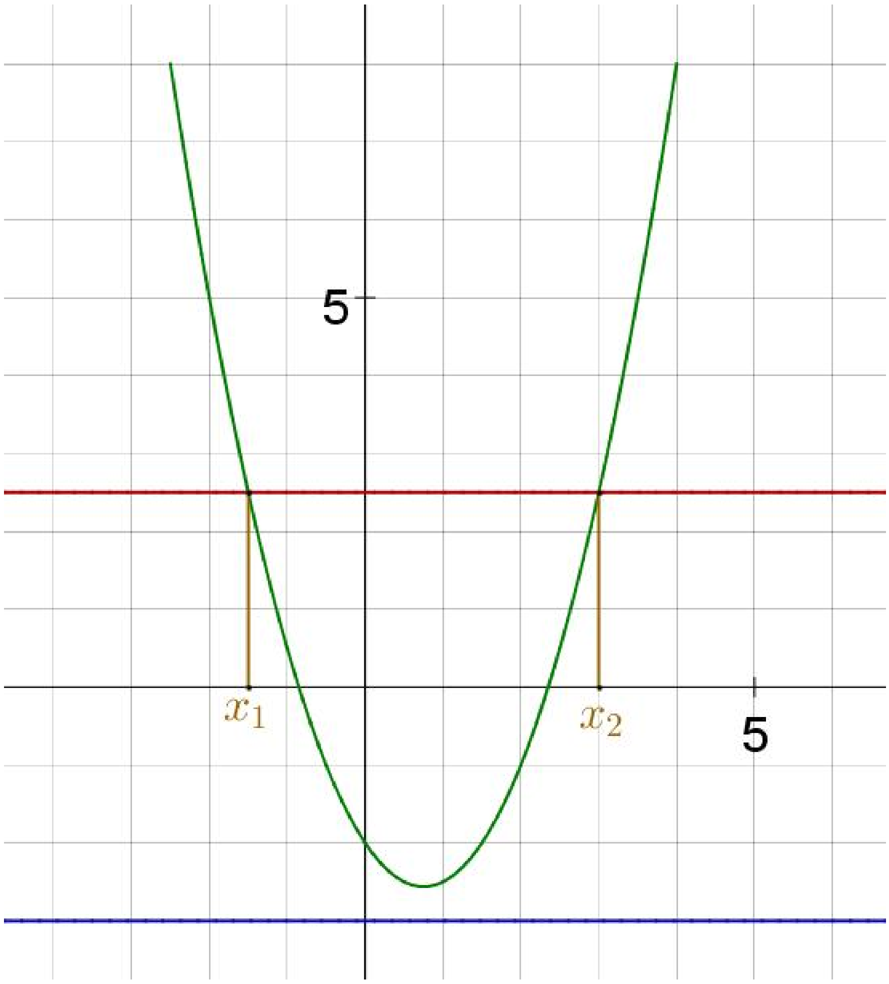
   1 signifie que l'on gagne la partie, 0 qu'on la perd : il suffira de comptabiliser les 1 et en faisant la somme des cellules de la colonne B de la ligne 1 à la ligne 150 : `SOMME(B1:B150)`.

3. A votre avis, Jean est-il sûr de gagner au moins une fois ? *(question hors barème)*

   On apprendra en fin d'année à faire ce genre de calcul de probabilité ; ici, la probabilité de gagner au moins une partie est égale à environ 0,63. On ne peut pas dire qu'on soit sûr et certain de gagner au moins une fois ; on a de l'ordre de 2 chances sur 3 de gagner au moins une fois.

***Exercice* 6** */6 points*

1. (a) Construisez la représentation graphique de la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 1,5x - 2$ sur l'intervalle $[-2,5\,;4]$ dans le repère ci-dessous :



(b) D'après le graphique, combien l'équation $f(x) = -3$ a-t-elle de solution(s) ?

Il ne semble pas y avoir de solution.

(c) D'après le graphique, donnez les valeurs approchés des solutions de l'équation $f(x) = 2,5$.

On conjecture : $x_1 \approx -1,5$ et $x_2 \approx 3$

2. (a) Montrer que $(x-3)(x+1,5) = x^2 - 1,5x - 4,5$

On développe, et on réduit l'expression :

$(x-3)(x+1,5) = x^2 - 3x + 1,5x - 3 \times 1,5 = x^2 - 1,5x - 4,5$

(b) Montrer que l'équation $f(x) = 2,5$ revient à résoudre $(x-3)(x+1,5) = 0$

$$\begin{array}{lll} f(x) = 2,5 & \text{revient à} & x^2 - 1,5x - 2 = 2,5 \\ & \text{revient à} & x^2 - 1,5x - 2 - 2,5 = 0 \\ & \text{revient à} & x^2 - 1,5x - 4,5 = 0 \\ & \text{revient à} & (x-3)(x+1,5) = 0 \end{array}$$

(c) En utilisant les questions précédentes, résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 2,5$. Vérifier que les solutions trouvées par cette méthode sont cohérentes avec les solutions trouvées par méthodes graphique.

$f(x) = 2,5$ revient à $(x-3)(x+1,5) = 0$: cette « équation produit nul » a deux solutions : 3 et -1,5, ce qui est cohérent avec les conjectures graphiques.

(d) Résoudre l'inéquation : $(x-3)(x+1,5) > 0$

On utilise un tableau de signes :

x	-2,5		-1,5		3		4
$x-3$		−		−	0	+	
$x+1,5$		−	0	+		+	
$(x-3)(x+1,5)$		+	0	−	0	+	

Donc $(x-3)(x+1,5) > 0$ pour $x \in [-2,5\,;-1,5[\cup]3\,;\,4]$

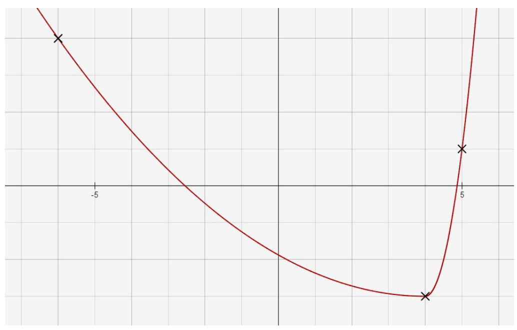
(e) (question hors barème) Interpréter graphiquement le résultat de l'inéquation précédente.

Cela signifie que la représentation graphique de la fonction f sera « au-dessus » de la droite d'équation $y = 2,5$ sur les intervalles $[-2,5\,;-1,5[$ et $]3\,;\,4]$, ce qui est cohérent avec le graphique de la première question.

Exercice 7 *∕2 points*

1) Construire une représentation graphique d'une fonction qui a pour tableau de variation :

x	-6		4		5
variations de f	4	↘	-3	↗	1



2) Est-ce que tout le monde va avoir exactement le même tracé de courbe à la question précédente ? (Réponse à justifier)

Non, on peut avoir différentes courbes représentant différentes fonctions qui conviendront.