

## Proposition de corrigé

Vous rendrez le sujet avec votre copie ; certaines réponses peuvent être inscrite directement sur la copie (*notamment pour l'exercice 2*).

### Exercice 1

/2 points

Lorenzo et Natacha font un concours de fléchettes. Chacun lance 40 fléchettes.

Résultats de Lorenzo :

points par fléchette	0	10	20	50	100
nombre de fléchettes	11	9	1	8	11

Résultats de Natacha :

points par fléchette	0	10	20	50	100
nombre de fléchettes	4	6	22	5	3

1) Calculez la moyenne de chaque joueur.

Quel est le meilleur joueur ?

Pour Lorenzo :

$$Moy = \frac{0 \times 11 + 10 \times 9 + 20 \times 1 + 50 \times 8 + 100 \times 11}{40} = \frac{1610}{40} = 40,25$$

Lorenzo a une moyenne de 40,25 points par lancer.

Pour Natacha :

$$Moy = \frac{0 \times 4 + 10 \times 6 + 20 \times 22 + 50 \times 5 + 100 \times 3}{40} = \frac{1050}{40} = 26,25$$

Natacha a une moyenne de 26,25 points par lancer.

D'après ces résultats, on peut considérer que Lorenzo a été le meilleur sur cette série de 40 lancers.

2) Calculer la médiane, les premier et troisième quartiles de chaque série de résultats.

Quel est le joueur le plus régulier ?

Pour Lorenzo :

**médiane** : l'effectif total est 40 ; pour connaître la valeur médiane, on cherche le nombre de points marqués par la 20<sup>ème</sup> fléchette.

Cette 20<sup>ème</sup> fléchette a marqué 10 points.

**premier et troisième quartiles** : l'effectif, partagé en 4 est égal à 10.

La dixième fléchette a marqué 0 points. La trentième fléchette a marqué 100 points.

Pour la série de Lorenzo, la valeur médiane est 20, le premier quartile est 0 et le troisième quartile est 100.

Pour Natacha :

La 20<sup>ème</sup> fléchette a marqué 20 points.

La dixième fléchette a marqué 10 points. La trentième fléchette a marqué 20 points.

Pour la série de Natacha, la valeur médiane est 20, le premier quartile est 10 et le troisième quartile est 20.

D'après ces résultats, on peut calculer l'écart interquartile, c'est-à-dire la différence entre le troisième et le premier quartile pour constater que les résultats de Lorenzo sont beaucoup hétérogènes que ceux de Natacha.

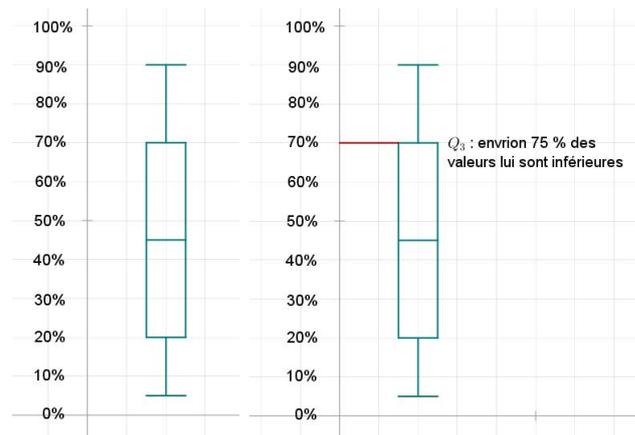
## Exercice 2

/2 points

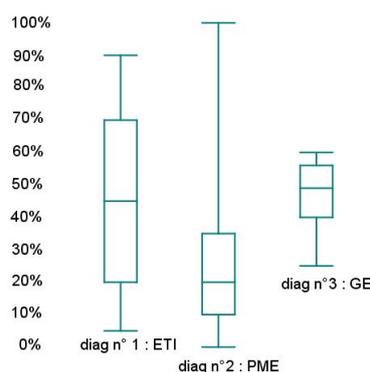
On a mené des enquêtes dans différents type d'entreprise, sur la proportion de femmes qui composent le personnel.

- Les Petites et Moyennes Entreprises (PME), qui comptent moins de 250 employés ;
- Les Entreprises de Taille Intermédiaires (ETI) qui comptent entre 250 et 5 000 salariés ;
- Les Grandes Entreprises (GE) qui comptent plus de 5 000 salariés.

Voici le diagramme en boîte qui résume l'enquête concernant les ETI :



1. Ce diagramme indique que les trois quarts des entreprises de type ETI ont moins de 70 % de femmes au sein de leur personnel. Indiquez la partie du diagramme qui indique cette information.
2. On a mené le même type d'enquête dans les PME et les GE ; on propose, en parallèle du diagramme précédent, un diagramme correspondant aux PME et un diagramme correspondant aux GE : dites quel diagramme correspond aux entreprises PME et celui qui correspond aux entreprises GE, en argumentant votre réponse.



Pour le diagramme n°2 : il existe des entreprises de ce type qui n'ont aucune femme (proportion égale à 0 %) dans leur personnel : cela se voit parce que la valeur minimum du diagramme en boîte n°2 est égale à 0 %. Il serait vraiment étonnant que dans une entreprise de plus de 5 000 salariés (GE), il n'y ait aucune femme ! Ceci est envisageable dans une très petite entreprise (quelques employés, voire un seul employé).

3. Commentez ces diagrammes.

Le diagramme n°3 témoigne d'une situation plus **homogène** : dans les grandes entreprises (plus de 5 000 employés), la proportion de femme est globalement plus proche

de 50 %. Ceci se comprend par, en quelque sorte, « la loi des grands nombres ». Si on prend un grand nombre de personnes au hasard (plus de 5 000), la proportion de femmes sera proche de 0,5 (on peut même calculer l'intervalle de fluctuation qui sera de [48,5% ; 51,5%] pour 5 000 salariés).

Le diagramme n°2 témoigne lui d'une situation plus **hétérogène** : les petites entreprises (qui peuvent compter un employé, ou quelques uns) peuvent avoir une proportion de femmes dans leur personnel qui varie de 0 % à 100 % (une entreprise avec une seule femme donne une proportion de 100 %). La situation sera donc plus hétérogène, ce qui est traduit par un diagramme en boîte beaucoup plus étalé.

Le diagramme n°1 est un intermédiaire entre les deux. On peut le détailler :

- on a au minimum 5 % de femmes dans le personnel des ETI ;
- un quart des ETI comptent moins de 20 % de femmes dans leur personnel ;
- la moitié des ETI comptent moins de 45 % de femmes dans leur personnel ;
- les trois quarts des ETI comptent moins de 70 % de femmes dans leur personnel ;
- on a au maximum 90 % de femmes dans le personnel des ETI.

Ces valeurs laissent sous entendre que les femmes sont un peu moins représentées que les hommes dans ces entreprises.

---

**Exercice 3**

/2 points

Résoudre les équations et inéquations suivantes, en donnant les **réponses exactes** et en donnant quelques étapes de calculs.

1.  $-x^2 + 2x + 7 = 0$

On calcule le discriminant :  $\Delta = (2)^2 - 4 \times 7 \times (-1) = 32$

Il y a deux racines :  $x_1 = \frac{-2 - \sqrt{32}}{-2} = 1 + 2\sqrt{2}$  et  $x_2 = \frac{-2 + \sqrt{32}}{-2} = 1 - 2\sqrt{2}$

2.  $x^2 + x + 2 > 0$

On calcule le discriminant :  $\Delta = (1)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7$

Le discriminant étant négatif, le trinôme est toujours du même signe ; ici, il sera toujours positif car le coefficient devant  $x^2$  est positif ; ainsi, tout nombre réel est solution de cette inéquation :  $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

3.  $7x^2 - 5x + 3 = 4x - 2$

Cette équation est équivalente à :  $7x^2 - 9x + 5 = 0$

On calcule le discriminant :  $\Delta = (-9)^2 - 4 \times 7 \times 5 = 81 - 140 < 0$

Il n'y a pas de solution :  $\mathcal{S} = \emptyset$

4.  $-x^2 + 3x + 5 \leq 0$

On calcule le discriminant :  $\Delta = (3)^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 29$

Il y a deux racines :  $x_1 = \frac{-3 - \sqrt{29}}{-2} = \frac{3 + \sqrt{29}}{2}$  et  $x_2 = \frac{-3 + \sqrt{29}}{-2} = \frac{3 - \sqrt{29}}{2}$

L'expression est positive entre ces deux racines, négative à l'extérieur des racines ; ainsi :

$\mathcal{S} = ] - \infty ; \frac{3 - \sqrt{29}}{2} ] \cup \frac{3 + \sqrt{29}}{2} ; +\infty [$

**Exercice 4**

/3 points

Un artisan produit des sapins de Noël en plastique ; il vend chaque sapin de Noël 15 €.

Le coût de production (exprimé en €) de ces sapins est modélisé par la fonction suivante :  $C(n) = n^2 - 100n + 2750$ , où  $n$  représente le nombre de sapins produits.

1. Expliquer ce que représente  $C(0)$

Ce sont les coûts fixes : même si on ne produit rien, il y a des coûts (local, électricité, salaire ...)

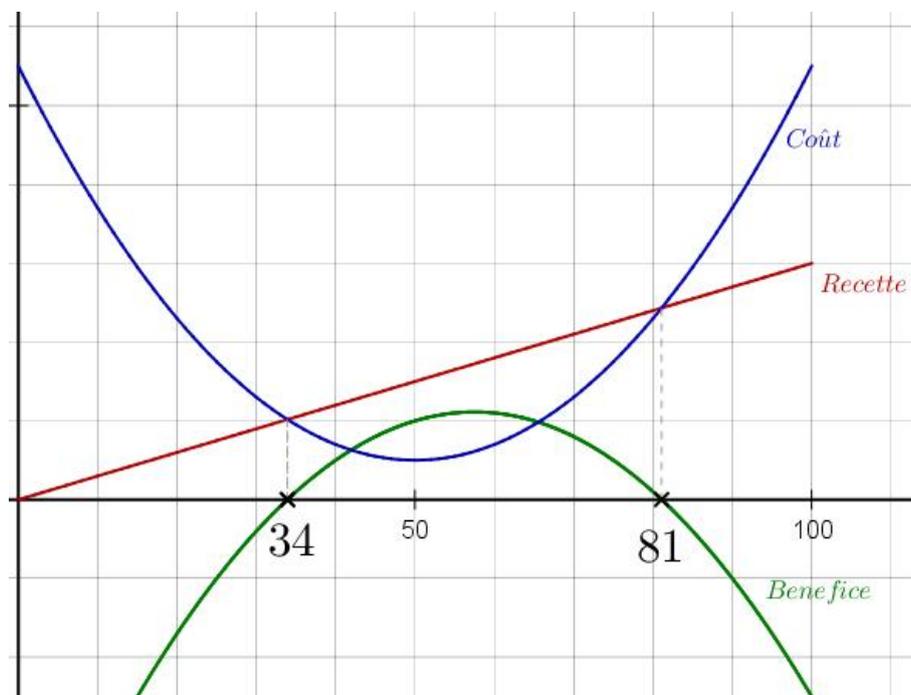
2. On note  $R(n)$  la fonction donnant la recette réalisée en fonction de  $n$  : exprimer  $R(n)$ .

$$R(n) = 15 \cdot n$$

3. Si on note  $B(n)$  la fonction donnant le bénéfice de l'entreprise lorsqu'elle vend  $n$  sapins, montrer qu'elle s'exprime par la relation :  $B(n) = -n^2 + 115n - 2750$

$$B(n) = R(n) - C(n) = 15n - (n^2 - 100n + 2750) = 15n - n^2 + 100n - 2750 = -n^2 + 115n - 2750$$

4. Dans un même graphique, construire les représentations graphiques des fonctions  $C$ ,  $R$  et  $B$  pour  $n$  compris entre 0 et 100 ; à vous d'adapter l'échelle des axes.



5. Résoudre  $R(n) > C(n)$  : retrouver graphiquement ce résultat et donner une interprétation des valeurs trouvées.

$$R(n) > C(n) \Leftrightarrow 15n > n^2 - 100n + 2750 \Leftrightarrow -n^2 + 115n - 2750 > 0$$

On résout cette inéquation : le discriminant est égal à 2225, les racines environ égales à 34 et 81.

Ainsi,  $R(n) > C(n)$  si  $n \in [34 ; 81]$ .

6. Quel conseil donneriez-vous à cet artisan au niveau du nombre de sapins à produire ?

On lui conseille de produire entre 34 et 81 sapins pour avoir un bénéfice positif !

De plus, le bénéfice semble le plus grand pour des valeurs de  $n$  proches de 57, valeur autour de laquelle il peut régler sa production.

### Exercice 5

/1,5 point

D'après le Ministère de la Jeunesse et des Sports, 66 % des jeunes qui ont entre 15 et 18 ans pratiquent au moins une activité sportive dans un club.

La classe de 1ère ES/L compte 20 élèves qui pratiquent au moins une activité sportive dans un club, et 14 qui ne pratiquent aucune activité sportive dans un club.

La classe de 1ère ES/L est-elle conforme à la population des 15 - 18 ans par rapport au fait d'être inscrit ou non à un club de sport ?

(On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.)

Comme  $p > 0,2$  et  $p < 0,8$ , et que d'autre part l'échantillon est suffisamment grand ( $n > 25$ ), on peut appliquer la formule donnant un intervalle de fluctuation à 95 %. Cela donne ici :

$$\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 0,66 - \frac{1}{\sqrt{34}} ; 0,66 + \frac{1}{\sqrt{34}} \right] \approx [0,488 ; 0,831]$$

La fréquence des élèves de la classe pratiquant au moins une activité en club est égale à  $\frac{20}{34} \approx 0,588$  ; elle appartient à cet intervalle de fluctuation.

On peut donc considérer que la fréquence plus faible que celle attendue est juste due au hasard, et donc que **la classe de 1ère ES/L est conforme à la population des jeunes de 15 à 18 ans par rapport à la pratique sportive.**

---

### Exercice 6

/1,5 point

D'après le Ministère de la Jeunesse et des Sports, 66 % des jeunes qui ont entre 15 et 18 ans pratiquent au moins une activité sportive dans un club.

On souhaite savoir si la population des jeunes de 15 à 18 ans qui habitent le village de Bellemont est conforme à la population globale par rapport à la pratique du sport.

Après sondage des jeunes concernés, il apparaît que 51 % d'entre eux sont inscrits à au moins un club de sport.

Peut-on affirmer que les jeunes de Bellemont sont représentatifs ou pas des jeunes de 15 à 18 ans par rapport au fait de pratiquer un sport en club ?

*On attend une réponse argumentée ; toute trace de recherche pertinente sera valorisée.*

On ne connaît pas le nombre de jeunes dans ce village. S'ils sont très peu nombreux (moins de 25), on ne peut rien dire pour l'instant.

Si leur nombre est supérieur à 25, on peut utiliser la formule de l'intervalle de fluctuation à 95 %.

On sait que la probabilité que ces jeunes fassent du sport est égale à 66 % (donc on peut utiliser la formule du cours) ; on obtient donc :

$$\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[ 0,66 - \frac{1}{\sqrt{n}} ; 0,66 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Reste à savoir si la fréquence donnée dans la consigne appartient ou non à cet intervalle

51 % = 0,51 appartiendra à cet intervalle dès lors que :  $0,51 > 0,66 - \frac{1}{\sqrt{n}}$

On peut résoudre cette inéquation, ou procéder par essais, et on trouve que cette relation sera vérifiée quand :  $n < \frac{1}{0,15^2} \approx 44,4$

**Conclusion** : si le village compte moins de 44 jeunes (de 15 à 18 ans), ces données permettent de dire que les jeunes du village sont représentatifs de la population des jeunes de 15 à 18 ans par rapport à la pratique d'un sport en club.

S'ils sont plus de 44, on peut dire qu'ils sont significativement moins sportifs dans ce village que dans l'ensemble de la population.

---

**Exercice 7**

/3 points

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, et justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.

1. Si un prix augmente de 4 %, puis baisse de 5 %, alors globalement ce prix a baissé.

hausse de 4 % : coefficient multiplicateur égal à 1,04 ;

baisse de 5 % : coefficient multiplicateur égal à 0,95 ;

les deux évolutions successives : coefficient multiplicateur égal à  $1,04 \times 0,95 = 0,988$  : cela traduit **une baisse** (de 1,2 %).

2. Une hausse de 25 % est compensée par une baisse de 20 %.

hausse de 25 % : coefficient multiplicateur égal à 1,25 ;

baisse de 20 % : coefficient multiplicateur égal à 0,8 ;

les deux évolutions successives : coefficient multiplicateur égal à  $1,25 \times 0,8 = 1$  : **il y a une compensation exacte**.

3. Si on diminue le côté d'un carré de 10 %, alors son périmètre diminue de 40 %.

On note  $c$  le côté du carré ; le périmètre est égal à  $4c$  ; si  $c$  diminue de 10 %, il est égal à  $0,9.c$  ; le périmètre du nouveau carré est égal à :

$4 \times 0,9.c = 3,6.c = 0,9 \times$  ancien périmètre ; le périmètre a diminué de 10 %, et **non de 40 %**.

4. Si après une réduction de 20 % un jeu coûte 28 €, alors son prix avant réduction était de 33,60 €.

$33,6 \times 0,8 = 26,88$  donc c'est **faux**.

5. 28 baisses successives de 1 % correspondent à une baisse de 25 % environ.

baisse de 1 % : coefficient multiplicateur égal à 0,99 ;

28 baisses de 1 % : coefficient multiplicateur égal à  $0,99^{28} \approx 0,75$ , ce qui traduit **une baisse d'environ 25 %**.

6. l'évolution réciproque d'une baisse de 30 % est une hausse de 25 %.

hausse de 30 % : coefficient multiplicateur égal à 1,3 ;

baisse de 25 % : coefficient multiplicateur égal à 0,75.

Ces deux évolutions successives donnent un coefficient multiplicateur égal à  $1,3 \times 0,75 = 0,975 \neq 1$  : il y a une évolution au final, ce qui montrent que **ces deux évolutions ne sont pas réciproques**.

---

### Exercice 8

/5 points

Le tableau ci-dessous présente les émissions de  $CO_2$  (dioxyde de carbone) des États-Unis, de la France et de la Chine en 1990, 2005, 2006 et 2007.

Émission de $CO_2$ (en millions de tonnes)	1990	2005	2006	2007
États-Unis	4 863	5 785	5 697	5 769
France	352	387	378	369
Chine	2244	5 101	5 645	6 071

1. (a) Savez-vous pourquoi on s'intéresse aux quantités de  $CO_2$  émis par les pays ?

Le  $CO_2$  est un des principaux gaz à effet de serre qui semblent contribuer à l'élévation globale de la température du globe.

- (b) Comment expliquez-vous le fait que la Chine émette autant de  $CO_2$  ?

C'est en grande partie dû au fait qu'elle compte presque le cinquième des habitants de la planète! (environ 1, 340 milliards de Chinois sur environ 7 milliards de Terriens)

- (c) Qu'est-ce qui permet une plus grande baisse des émissions de  $CO_2$  : une baisse de 10 % des émissions de la France ou une baisse de 1 % de la Chine? (Appuyez votre réponse en utilisant les données de 2007)

Avec les valeurs de 2007, une baisse de 10% des émissions françaises permet une baisse de 36,9 millions de tonnes de  $CO_2$ .

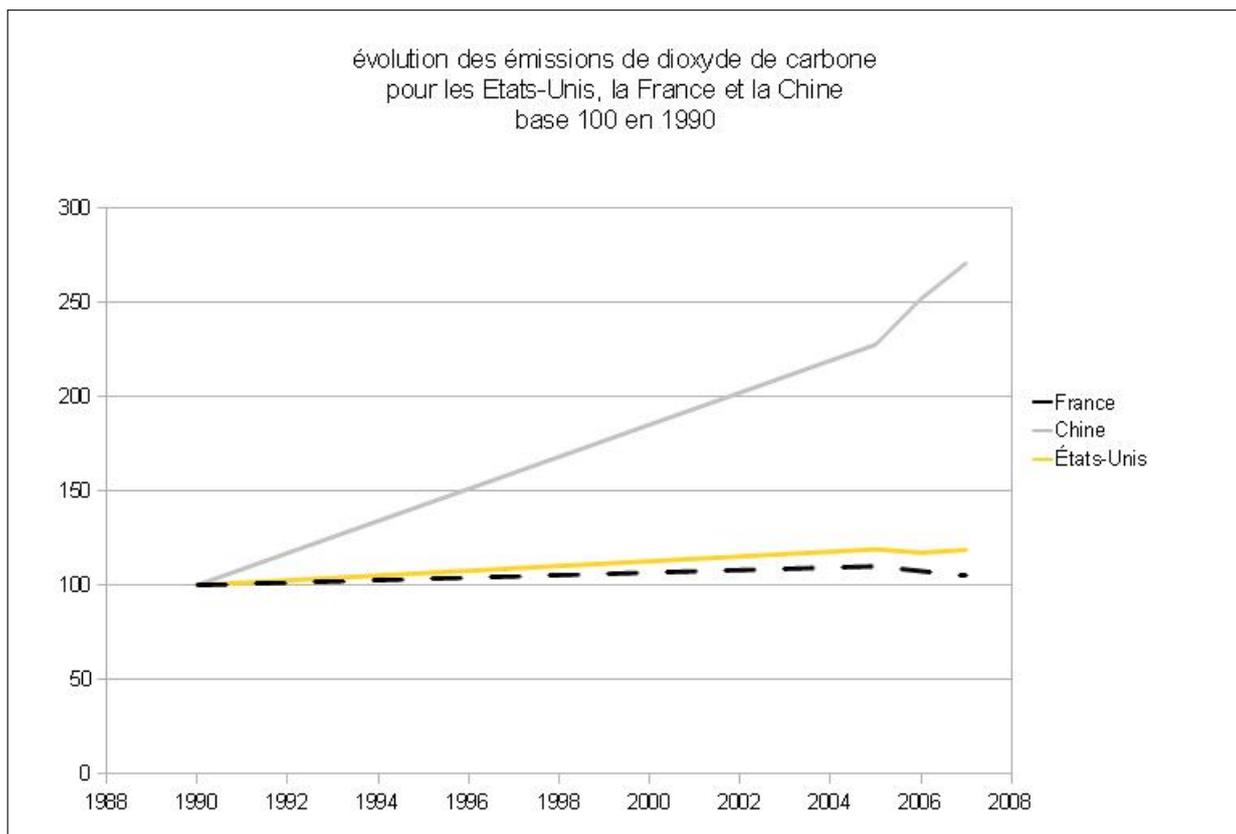
Une baisse de 1% des émissions chinoises permet une baisse de 60,7 millions de tonnes de tonnes de  $CO_2$ .

Cela montre que la démarche doit être globale! et pas seulement cantonnée à quelques pays.

2. (a) Construire un tableau donnant les indices d'émissions de  $CO_2$  des trois pays, en prenant une base 100 en 1990.

Émission de $CO_2$ (base 100 en 1990)	1990	2005	2006	2007
États-Unis	100	119,0	117,1	118,6
France	100	109,9	107,4	104,8
Chine	100	227,3	251,6	270,5

- (b) Représenter ces évolutions dans un graphique.



3. (a) En supposant que l'évolution soit la même entre 2005 et 2020 qu'elle a été entre 1990 et 2005, quelles seraient les émissions de  $CO_2$  pour chacun des trois pays en 2020 ?

- Pour les États-Unis : entre 1990 et 2005, hausse de 19 % ; avec une telle hausse, on aurait des émissions s'élevant à  $5785 \times 1,19 \approx 6882$  millions de tonnes en 2020.
- Pour la France : entre 1990 et 2005, hausse de 9,9 % ; avec une telle hausse, on aurait des émissions s'élevant à  $327 \times 1,099 \approx 425$  millions de tonnes en 2020.
- Pour la Chine : entre 1990 et 2005, hausse de 127,3 % ; avec une telle hausse, on aurait des émissions s'élevant à  $5101 \times 2,27 \approx 11595$  millions de tonnes en 2020.

(b) Selon vous, lequel des trois pays a fait « le plus d'efforts » à partir de 2005 pour réduire ses émissions de  $CO_2$  ?

La France et les États-Unis ont fait des efforts pour réduire leurs émissions de  $CO_2$  puisque les émissions ont baissé pour ces deux pays entre 2005 et 2008. On peut remarquer que l'augmentation des émissions entre 1990 et 2005 était moindre en France qu'aux États-Unis. On peut penser que les efforts ont été entrepris plus tôt en France.

La baisse des émissions peut aussi être due à une récession économique, qui fait que les industries fonctionnent un peu moins à plein régime ... donc une baisse n'est pas toujours synonyme de bonnes pratiques mises en place !

(c) A votre avis, quelles seront les quantités de  $CO_2$  émis par chacun de ces pays en 2020 ? (justifier votre approche)

- Pour les États-Unis : on peut penser que les émissions de  $CO_2$  vont stagner ; en effet, l'indice évolue peu entre 2005, 2006 et 2007. Il baisse légèrement et augmente ensuite légèrement. On peut penser que l'évolution va être assez faible et prévoir de l'ordre de 5 700 millions de tonnes émis par ce pays en 2020.
- Pour la France : on peut penser que les émissions de  $CO_2$  vont diminuer ; en effet, l'indice est passé de 109,9 à 107,4 entre 2005 et 2006 : ceci constitue une baisse d'environ 2,3 %. La baisse entre 2006 à 2007 (indice passant de 107,4 à 104,8) est une baisse d'environ 2,4%. Si on extrapole entre 2005 et 2020 une baisse de 2,3 %, cela donnera une baisse globale de presque 30% (une baisse de 2,3% donne un coefficient multiplicateur 0,977. Pour 15 ans, cela donne un coefficient multiplicateur égal à  $0,977^{15} \approx 0,705$ , coefficient qui traduit une baisse de 29,5%). Une telle baisse amènerait une émission de  $CO_2$  de l'ordre de 270 millions de tonnes ( $387 \times 0,705$ ).
- Pour la Chine : on peut penser que les émissions de  $CO_2$  vont continuer à augmenter ; il est cependant difficile de prévoir dans quelles proportions auront lieu les augmentations. Supposons une augmentation qui va être moins rapide au fur et à mesure des années, en espérant au moins une stagnation à l'horizon 2020.  
Supposons une augmentation de l'ordre de 3% par an, cela donnerait une augmentation globale, sur 15 ans d'environ 55 %, ce qui donnerait un total d'émission de  $CO_2$  de l'ordre de 8000 millions de tonnes ! Espérons que ces prévisions ne soient pas bonnes ...

(d) Quelle devrait être la baisse des émissions de  $CO_2$  pour chacun des pays (baisse exprimée en pourcentage, à partir de l'année 2007) pour retrouver le niveau d'émission de 1990 ?

- Pour les États-Unis : cela revient à passer de 5769 à 4863 millions de tonnes de  $CO_2$  : cela donne un coefficient multiplicateur  $k$  donné par :  $k = \frac{4863}{5769} \approx 0,84$ , coefficient qui traduit une baisse d'environ 15,7%
  - Pour la France : cela revient à passer de 369 à 352 millions de tonnes de  $CO_2$  : cela donne un coefficient multiplicateur  $k$  donné par :  $k = \frac{352}{369} \approx 0,95$ , coefficient qui traduit une baisse d'environ 4,6%
  - Pour la Chine : cela revient à passer de 6071 à 2244 millions de tonnes de  $CO_2$  : cela donne un coefficient multiplicateur  $k$  donné par :  $k = \frac{2244}{6071} \approx 0,369$ , coefficient qui traduit une baisse d'environ 63%
-