durée : 2 heures **calculatrice autorisée**

***Exercice* 1** : /5 points

Question à choix multiple : à faire sur les feuilles réservées **en pensant à bien colorer la case choisie** (en noir si possible)

***Exercice* 2** : /2,5 points

D'après le Ministère de la Jeunesse et des Sports, 66 % des jeunes qui ont entre 15 et 18 ans pratiquent au moins une activité sportive dans un club.
La classe de 1ère ES/L compte 20 élèves qui pratiquent au moins une activité sportive dans un club, et 14 qui ne pratiquent aucune activité sportive dans un club.

La classe de 1ère ES/L est-elle conforme à la population des 15 - 18 ans par rapport au fait d'être inscrit ou non à un club de sport ?

(On pourra utiliser un intervalle de fluctuation.)

Comme $p > 0,2$ et $p < 0,8$, et que d'autre part l'échantillon est suffisamment grand ($n > 25$), on peut appliquer la formule donnant un intervalle de fluctuation à 95 %. Cela donne ici :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,66 - \frac{1}{\sqrt{34}}\ ;\ 0,66 + \frac{1}{\sqrt{34}}\right] \approx [0,488\ ;\ 0,831]$$

La fréquence des élèves de la classe pratiquant au moins une activité en club est égale à $\frac{20}{34} \approx 0,588$; elle appartient à cet intervalle de fluctuation.

On peut donc considérer que la fréquence plus faible que celle attendue est juste due au hasard, et donc que **la classe de 1ère ES/L est conforme à la population des jeunes de 15 à 18 ans par rapport à la pratique sportive**.

***Exercice* 3** : /2,5 points

D'après le Ministère de la Jeunesse et des Sports, 66 % des jeunes qui ont entre 15 et 18 ans pratiquent au moins une activité sportive dans un club.
On souhaite savoir si la population des jeunes de 15 à 18 ans qui habitent le village de Bellemont est conforme à la population globale par rapport à la pratique du sport.
Après sondage des jeunes concernés, il apparaît que 51 % d'entre eux sont inscrits à au moins un club de sport.
Peut-on affirmer que les jeunes de Bellemont sont représentatifs ou pas des jeunes de 15 à 18 ans par rapport au fait de pratiquer un sport en club ?

On attend une réponse argumentée ; toute trace de recherche pertinente sera valorisée.

On ne connaît pas le nombre de jeunes dans ce village. S'ils sont très peu nombreux (moins de 25), on ne peut rien dire pour l'instant.

Si leur nombre est supérieur à 25, on peut utiliser la formule de l'intervalle de fluctuation à 95 %.

On sait que la probabilité que ces jeunes fassent du sport est égale à 66 % (donc on peut utiliser la formule du cours) ; on obtient donc :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,66 - \frac{1}{\sqrt{n}}\ ;\ 0,66 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$$

Reste à savoir si la fréquence donnée dans la consigne appartient ou non à cet intervalle

51 %=0,51 appartiendra à cet intervalle dès lors que : $0,51 > 0,66 - \frac{1}{\sqrt{n}}$

On peut résoudre cette inéquation, ou procéder par essais, et on trouve que cette relation sera vérifiée quand : $n < \dfrac{1}{0,15^2} \approx 44,4$

Conclusion : si le village compte moins de 44 jeunes (de 15 à 18 ans), ces données permettent de dire que les jeunes du village sont représentatifs de la population des jeunes de 15 à 18 ans par rapport à la pratique d'un sport en club.

S'ils sont plus de 44, on peut dire qu'ils sont significativement moins sportifs dans ce village que dans l'ensemble de la population.

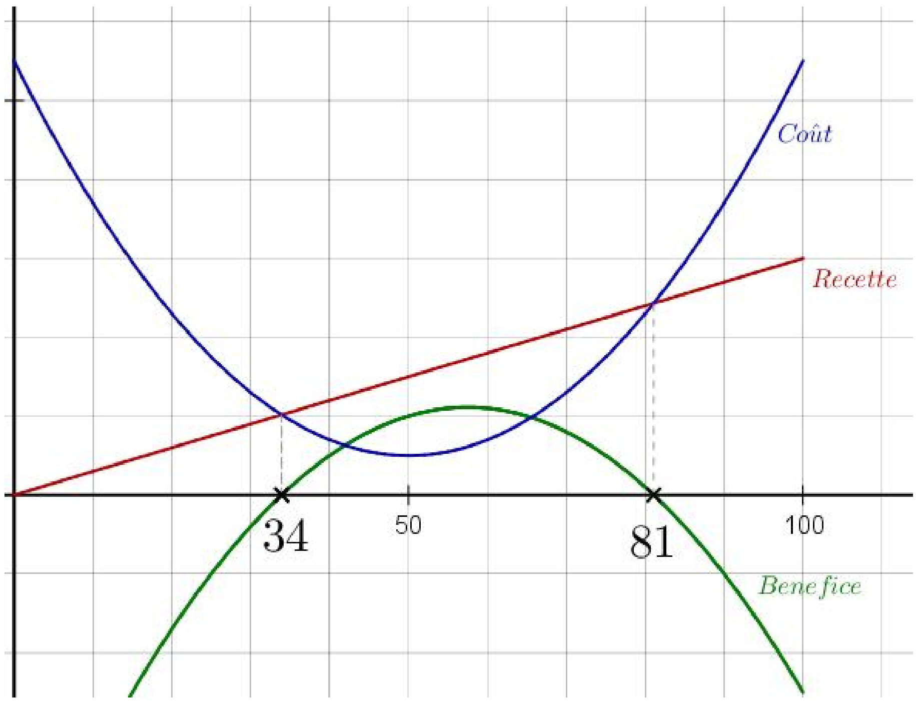
***Exercice* 4** : /5 points

Une artisan produit des sapins de Noël en plastique ; il vend chaque sapin de Noël 15 €.

Le coût de production (exprimé en €) de ces sapins est modélisé par la fonction suivante :

$C(n) = n^2 - 100n + 2750$, où n représente le nombre de sapins produits.

1. Expliquer ce que représente $C(0)$
2. On note $R(n)$ la fonction donnant la recette réalisée en fonction de n : exprimer $R(n)$.
   $R(n) = 15 \cdot n$
3. Si on note $B(n)$ la fonction donnant le bénéfice de l'entreprise lorsqu'elle vend n sapins, montrer qu'elle s'exprime par la relation : $B(n) = -n^2 + 115n - 2750$
   $B(n) = R(n) - C(n) = 15n - (n^2 - 100n + 2750) = 15n - n^2 + 100n - 2750 = -n^2 + 115n - 2750$
4. Dans un même graphique, construire les représentations graphiques des fonctions C, R et B pour n compris entre 0 et 100 ; à vous d'adapter l'échelle des axes.



5. Résoudre $R(n) > C(n)$: retrouver graphiquement ce résultat et donner une interprétation des valeurs trouvées.
   $R(n) > C(n) \Leftrightarrow 15n > n^2 - 100n + 2750 \Leftrightarrow -n^2 + 115n - 2750 > 0$

   On résout cette inéquation : le discriminant est égal à 2225, les racines environ égales à 34 et 81.

   Ainsi, $R(n) > C(n)$ si $n \in [34 ; 81]$.

6. Quel conseil donneriez-vous à cet artisan au niveau du nombre de sapins à produire ?
   On lui conseille de produire entre 34 et 81 sapins pour avoir un bénéfice positif !

   De plus, le bénéfice semble le plus grand pour des valeurs de n proches de 57, valeur autour de laquelle il peut régler sa production.

***Exercice* 5** : /2,5 points

Ceci est un article du magazine *Sport et Vie* (n°159 - Novembre-Décembre 2016 - p 62)

Éthiopie Le marathon en moins de deux

La plupart des coureurs dilettantes seraient heureux de boucler la mythique distance de 41,195 km du marathon en moins de quatre heures. Pour ceux qui s'entraînent sérieusement, l'objectif sera plus souvent de descendre sous trois heures. Enfin, ils sont une poignée d'athlètes dans le monde qui rêvent de terminer la course en moins de deux heures. C'est notamment le cas de Kenenisa Bekele. Récemment, il a fait venir en Éthiopie une équipe de médecins et de kinés de l'université de Glasgow pour le débarrasser de blessures récurrentes au mollet. Dans le même but, il a consulté le sulfureux médecin bavarois allemand Hans-Wilhem Müller-Wohlfart, le grand gourou du sang de veau, et prit conseil auprès de spécialistes comme Yanis Pitsiladis (université de Brighton), l'auteur du projet « sub 2 » qui fixe précisément le cadre théorique d'un tel exploit. Le 25 septembre, Bekele remportait le marathon de Berlin en 2h03mn03sec après avoir longtemps flirté avec le record du monde de Dennis Kimetto établi sur le même parcours deux plus tôt (2h02mn57sec). À l'arrivée, il a néanmoins surpris tout le monde en confiant qu'il n'était pas encore totalement remis de ses blessures et qu'il s'estimait à 80 % de ses possibilités. On l'a pris au mot pour calculer son chrono théorique au maximum de sa forme : 1 heure et 38 minutes. Qui dit mieux ?

Question : le calcul des journalistes de *Sport et Vie* à la fin de l'article est-il correct ?

toute trace de recherche pertinente sera valorisée

Première méthode : par un calcul de vitesse

$v = \dfrac{distance}{temps} = \dfrac{42\,195}{7\,383} \approx 5{,}72$ m/s (on a converti les 2h03'03" en 7 383 secondes)

Cette vitesse correspond à 80 % de la vitesse maximum ; la vitesse maximum est alors égale à :
$100 \cdot 5{,}71 \div 80 \approx 7{,}14$ m/s

Pour établir ce calcul, on peut par exemple s'aider du tableau suivant :

marathon	niveau	vitesse
Berlin	80	5,72
« sub 2 »	100	

À cette vitesse, les 42,195 km seront parcouru en : $\dfrac{42\,195}{7{,}14} \approx 5906{,}4$ s ce qui donne 1h38mn26sec :
le calcul est bien exact.

Seconde méthode : par un calcul direct

Certains peuvent sentir que le temps sera, lorsque le coureur sera à 100 % de ses possibilités, égal à 80 % du temps fait au marathon de Berlin (pour ma part, je ne trouve pas que cela soit évident ... et sans calculs, je ne saurais pas l'expliquer) ; cela donne (en exprimant le temps en secondes) :

$t = 0{,}8 \times 7\,383 = 5\,906{,}4$ sec ce qui fera bien les 1h38mn26sec trouvés précédemment.

***Exercice* 6** : /2,5 points

Le tableau ci-contre donne les taux de chômage dans les régions Auvergne Rhône-Alpes, les Hauts de France (regroupement des régions Nord Pas-de-Calais et Picardie) et en France métropolitaine. Ces données débutent au premier trimestre 2010 pour se terminer au deuxième trimestre 2016.

En utilisant les outils mathématiques de votre choix (numériques et/ou graphiques), illustrer ce tableau pour comparer et donner un commentaire rapide sur l'évolution du taux de chômage dans les régions citées, et en France métropolitaine.

Année	Trimestre	France Métropolitaine	Auvergne Rhône-Alpes	Hauts de France
2016	2	9,6 %	8,6 %	12 %
2016	1	9,9 %	8,8 %	12,3 %
2015	4	9,9 %	8,9 %	12,4 %
2015	3	10,2 %	9,1 %	12,7 %
2015	2	10,1 %	9 %	12,6 %
2015	1	10 %	8,9 %	12,5 %
2014	4	10,1 %	8,9 %	12,7 %
2014	3	10 %	8,9 %	12,6 %
2014	2	9,8 %	8,7 %	12,4 %
2014	1	9,8 %	8,6 %	12,5 %
2013	4	9,7 %	8,6 %	12,5 %
2013	3	9,9 %	8,8 %	12,8 %
2013	2	10 %	8,9 %	13 %
2013	1	9,9 %	8,9 %	12,9 %
2012	4	9,7 %	8,7 %	12,7 %
2012	3	9,4 %	8,4 %	12,3 %
2012	2	9,3 %	8,4 %	12,2 %
2012	1	9,1 %	8,1 %	11,9 %
2011	4	9 %	8 %	11,7 %
2011	3	8,8 %	7,9 %	11,5 %
2011	2	8,7 %	7,7 %	11,4 %
2011	1	8,8 %	7,8 %	11,5 %
2010	4	8,8 %	7,9 %	11,6 %
2010	3	8,8 %	8 %	11,7 %
2010	2	8,9 %	8,1 %	11,7 %
2010	1	9 %	8,3 %	11,7 %

deux remarques :

- Il y a trop de données pour calculer des taux d'évolution entre deux trimestre consécutifs ;
- Les valeurs numériques sont proches : utiliser des indices n'est pas indispensable.

On peut remarquer que les différences entre les taux de chômage entre la Région Auvergne Rhône-Alpes et la France métropolitaine est très stable : presque 1% de moins dans notre région.

Il en est de même entre les Hauts-de-France et la France métropolitaine, avec un taux de chômage de l'ordre de 2,5 % supérieure à la moyenne nationale pour cette région.
Si on trace les courbes (à faire sur tableur par exemple), on constatera qu'elles ont des évolutions « parallèles » ; ceci traduit une évolution assez semblable sur l'ensemble du pays, les régions a priori moins touchées par le chômage le restant, celles plus touchées par le chômage le restant également, dans les mêmes proportions. L'évolution nationale s'impose.

Année	Trimestre	France Métropolitaine	Auvergne Rhône-Alpes	Différence avec France	Hauts de France	Différence avec France
2016	2	9,6 %	8,6 %	-1 %	12 %	2,4 %
2016	1	9,9 %	8,8 %	-1,1 %	12,3 %	2,4 %
2015	4	9,9 %	8,9 %	-1 %	12,4 %	2,5 %
2015	3	10,2 %	9,1 %	-1,1 %	12,7 %	2,5 %
2015	2	10,1 %	9 %	-1,1 %	12,6 %	2,5 %
2015	1	10 %	8,9 %	-1,1 %	12,5 %	2,5 %
2014	4	10,1 %	8,9 %	-1,2 %	12,7 %	2,6 %
2014	3	10 %	8,9 %	-1,1 %	12,6 %	2,6 %
2014	2	9,8 %	8,7 %	-1,1 %	12,4 %	2,6 %
2014	1	9,8 %	8,6 %	-1,2 %	12,5 %	2,7 %
2013	4	9,7 %	8,6 %	-1,1 %	12,5 %	2,8 %
2013	3	9,9 %	8,8 %	-1,1 %	12,8 %	2,9 %
2013	2	10 %	8,9 %	-1,1 %	13 %	3 %
2013	1	9,9 %	8,9 %	-1 %	12,9 %	3 %
2012	4	9,7 %	8,7 %	-1 %	12,7 %	3 %
2012	3	9,4 %	8,4 %	-1 %	12,3 %	2,9 %
2012	2	9,3 %	8,4 %	-0,9 %	12,2 %	2,9 %
2012	1	9,1 %	8,1 %	-1 %	11,9 %	2,8 %
2011	4	9 %	8 %	-1 %	11,7 %	2,7 %
2011	3	8,8 %	7,9 %	-0,9 %	11,5 %	2,7 %
2011	2	8,7 %	7,7 %	-1 %	11,4 %	2,7 %
2011	1	8,8 %	7,8 %	-1 %	11,5 %	2,7 %
2010	4	8,8 %	7,9 %	-0,9 %	11,6 %	2,8 %
2010	3	8,8 %	8 %	-0,8 %	11,7 %	2,9 %
2010	2	8,9 %	8,1 %	-0,8 %	11,7 %	2,8 %
2010	1	9 %	8,3 %	-0,7 %	11,7 %	2,7 %