durée : 2 heures **calculatrice autorisée**

Proposition de corrigé

Dans tout ce devoir, la qualité de la rédaction et le soin seront pris en compte dans la notation.

Les réponses peuvent être complétées sur le sujet ; vous pouvez aussi compléter sur une feuille à part.

Sauf si cela est précisé, on attend des réponses détaillées : par de résultat sans aucune argumentation !

Ce devoir comporte **6 exercices**.

***Exercice* 1** : /4 points

Question à choix multiple : à faire sur les feuilles réservées **en pensant à bien colorer la case choisie** (en noir si possible)

***Exercice* 2** : /4 points

On souhaite savoir si une entreprise exerce une discrimination à l'embauche vis-à-vis du personnel féminin.

S'il n'y a pas de discrimination, la proportion de femmes dans cette entreprise devrait être représentative de la proportion de femmes dans la population active. On admet que la proportion de femmes dans la population active est 0,5.

1) En utilisant l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%, déterminez si une entreprise comptant 1183 femmes sur 2540 salariés exerce une discrimination à l'égard des femmes.

On est dans les conditions permettant d'utiliser la formule donnant l'intervalle de fluctuation à 95% ($p = 0,5 \in [0,2;0,8]$ et $n = 2540 > 25$)

Cela donne :
$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] \approx [0,5-0,02;0,5+0,02] = [0,48;0,52]$ La fréquence des femmes dans cette entreprise est $\frac{1183}{2540} \approx 0,47 \approx 47\%$

Comme $f \notin [0,48;0,52]$, on peut conclure que cette entreprise exerce une discrimination à l'égard des femmes.

2) Quel doit être le nombre minimal de femmes dans cette entreprise pour que l'on ne puisse plus considérer que cette entreprise exerce une discrimination à l'égard des femmes (on considérera qu'il y a toujours 2540 employés dans l'entreprise).

La fréquence de femme doit être au minimum égale à 0,48 ; autrement dit, les femmes doivent représenter au moins 48% des salariés.

Cela donne : $48\% \times 2540 \approx 1220$.

Ainsi, s'il y a plus de 1220 femmes dans cette entreprise, on pourra considérer que l'entreprise n'exerce pas de discrimination à l'égard des femmes.

***Exercice* 3** : /2 points

Vous devez conseiller un avocat qui défend des habitants d'une commune proche d'une zone industrielle a priori polluante.

Voici un extrait du dialogue entre l'avocat et le juge qui doit décider de la poursuite de l'enquête :

> * *l'avocat* : « lors des deux dernières années, sur 100 naissances, il y a eu 42 garçons, ce qui donne une fréquence de 42% de garçons parmi les naissances. Or, il est connu, que cette fréquence est théoriquement proche de 51%. »
>
> * *le juge* : « certes, mais 42%, ce n'est pas si loin de 51%, sans doute est-ce le hasard ... »
>
> * *l'avocat* : « justement non ! Dans une précédente affaire que j'ai menée, près de la zone industrielle X, il y avait eu au cours des trois dernières années 168 garçons sur 400 naissances, ce qui donne une fréquence exactement égale à 42 % ; le juge de l'époque avait décidé que cette fréquence était suffisamment étonnante pour mener une enquête ... »
>
> * *le juge, après un temps de réflexion et quelques calculs sur un bout de papier* : « mon collègue juge et moi-même sommes de fins mathématiciens, ce qui ne semble pas être votre cas ... Je ne pense pas que vos arguments soient suffisants. »
>
> * *l'avocat* : « mais enfin, dans les deux cas, la fréquence des naissances de garçons est égale à 42%, ce sont des cas similaires, je ne comprends pas ! »

Aidez cet avocat à comprendre la décision du juge.

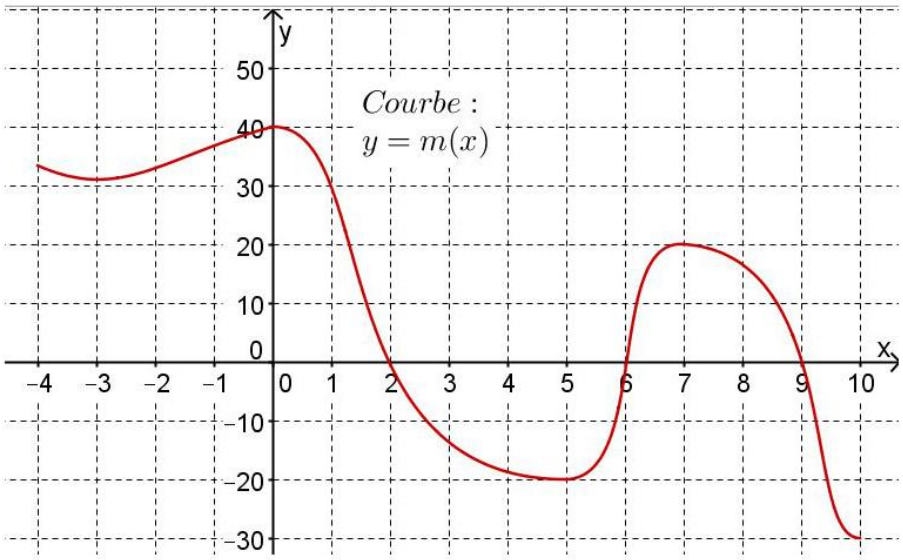
Ces juges ont une bonne formation mathématique ! Ils ont repéré qu'ils pouvaient utiliser la formule donnant l'intervalle de fluctuation à 95%, étant donné que la probabilité en jeu est 51% (comprise entre 0,2 et 0,8) et que dans les deux cas, la taille des échantillons est supérieure à 25.

Affaire précédente :
Le juge de l'époque avait fait le calcul suivant :
$\left[0,51-\frac{1}{\sqrt{400}};0,51+\frac{1}{\sqrt{400}}\right]$, ce qui donne : $[0,46;0,56]$.
Si les naissances se déroulent conformément au hasard, la fréquence des naissances de garçons est, dans 95% des cas, dans l'intervalle [0,46 ;0,56].
Ce n'était pas le cas dans cette affaire où la fréquence des naissances de garçons était égale à 42%.
Le juge était sûr (à 95%) qu'il y avait une « anomalie » qui justifiait d'ouvrir une enquête.

Affaire du moment :
Le juge a rapidement fait le calcul suivant :
$\left[0,51-\frac{1}{\sqrt{100}};0,51+\frac{1}{\sqrt{100}}\right]$, ce qui donne : $[0,41;0,61]$.
Si les naissances se déroulent conformément au hasard, la fréquence des naissances de garçons est, dans 95% des cas, dans l'intervalle [0,41 ;0,61].
C'est le cas dans cette affaire où la fréquence des naissances de garçons est égale à 42%.
Le juge est sûr (à 95%) qu'il n'y a rien d'anormal. Le risque de se tromper (5%) lui paraît trop faible pour mener une enquête.

***Exercice* 4** : / 4 points

Dans le repère ci-dessous est tracée la courbe représentative d'une fonction m.



Toutes les réponses seront données avec la précision que permet la lecture graphique.

1. Donner l'image de 5 $f(5) = -20$
2. Combien 15 a-t-il d'antécédents ? 15 a trois antécédents.
3. Donner $m(0)$ $m(0) = 40$
4. Résoudre l'équation $m(x) = 0$ $\mathscr{S}\{2\,;\,6\,;\,9\}$
5. Résoudre $m(x) = 45$ Il n'y a pas de solution.
6. Quel est l'ensemble de définition de m ? $D_m = [-4\,;\,10]$ (ou $]-4\,;\,10[$)
7. Résoudre l'inéquation $m(x) > 30$ $\mathscr{S} = [-4\,;\,1[$ (ou $]-4\,;\,1[$)
8. Construire le tableau de variation de la fonction m

x	-4		-3		0		5		7		10
variations de m		↘		↗		↘		↗		↘	

***Exercice* 5** : /3 points

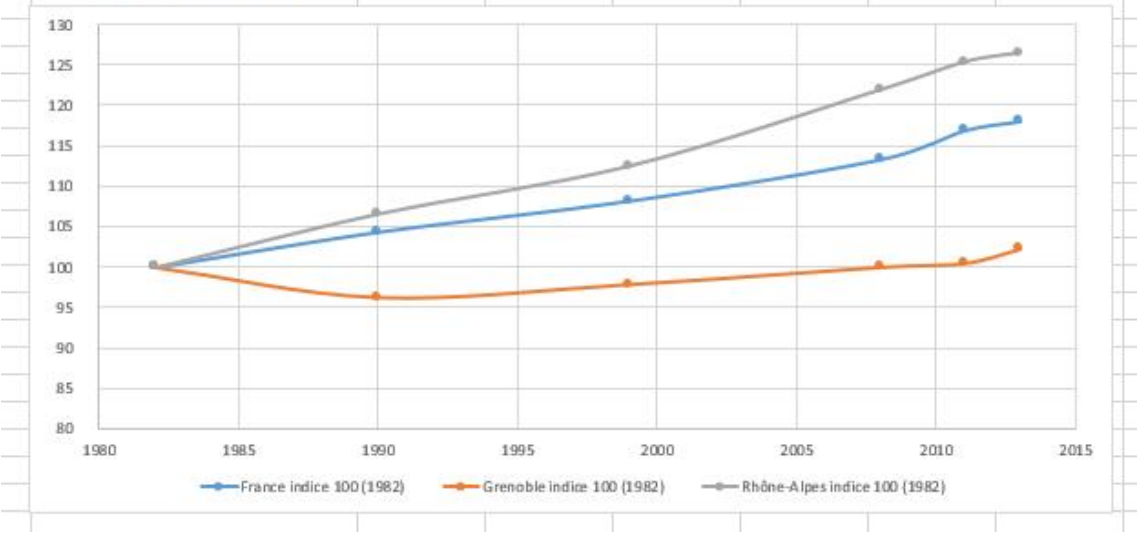
On vous donne ci-dessous la population de la France (en milliers d'habitants), de la ville de Grenoble et de la région Rhône-Alpes, entre 1982 et 2013 :

année	1982	1990	1999	2008	2011	2013
population française (en milliers)	55 573	57 996	60 123	62 962	64 933	65 565
population de la ville de Grenoble	156 637	150 758	153 317	156 659	157 424	160 215
population de la région Rhône-Alpes	5 015 947	5 346 407	5 642 407	6 113 000	6 283 541	6 341 160

À partir de ces données, faites les calculs qui vous paraissent les plus pertinents, éventuellement un graphique, afin de pouvoir comparer l'évolution de ces populations sur cette période.

Commentez rapidement vos résultats.

année	1982	1990	1999	2008	2011	2013
France indice 100 (1982)	100	104	108	113	117	118
Grenoble indice 100 (1982)	100	96	98	100	101	102
Rhône-Alpes indice 100 (1982)	100	107	112	122	125	126



On remarque, grâce aux calculs d'indice, que la population n'a pratiquement pas évoluée sur Grenoble entre 1982 et 2013 ; elle a légèrement baissé, puis légèrement augmenté pour une augmentation totale de l'ordre de 2 % sur cette période.

On constate que l'augmentation de la population sur la région Rhône-Alpes (+26 %) sur la période est importante, et plus encore que celle de la France entière (+ 18 %) . Cela est le signe d'une région dynamique démographiquement, car dynamique sur le plan économique.
On peut enfin trouver l'augmentation de population de la France importante (+ 18 % en 30 ans), signe d'une démographie « en bonne santé ».

***Exercice* 6** : /3 points

1. Si les émissions de dioxyde de carbone (CO_2) augmentent de 2 % par an pendant 30 ans de suite, quelle est la hausse globale (exprimée en pourcentage) correspondante ?

   $1,02^{30} \approx 1,81$: **la hausse globale est d'environ 81 %**

2. Si on souhaite revenir au niveau d'émission de gaz au début de la période, quelle baisse va-t-il falloir appliquer ? (baisse exprimée en pourcentage)

   On cherche l'évolution réciproque, qui se traduit par un coefficient multiplicateur k.

   On a : $1,81 \times k = 1$ ce qui donne $k \approx 0,55$ traduisant **une baisse d'environ 45 %**

3. Si cette baisse s'applique sur 5 ans avec un taux de pourcentage toujours identique (chaque année), quelle sera la baisse annuelle ? (exprimée en pourcentage)

   Si la baisse annuelle est traduite par un coefficient k, cela donne 5 années de suite : $k^5 \approx 0,55$; en faisant des essais à la calculatrice, on trouve $k \approx 0,89$, ce qui traduit **une baisse annuelle d'environ 12 %**