

durée : 3 heures

calculatrice autorisée

Exercice 1 :

/5 points

Question à choix multiple : à faire sur les feuilles réservées **en pensant à bien colorer la case choisie** (en noir si possible)

Exercice 2 :

/1,5 point

Restitution organisée de connaissances

Dans cet exercice n désigne un entier naturel.

On définit une suite géométrique de la manière suivante : u_0 est donné, et $u_{n+1} = r \times u_n$

Démontrer par récurrence que pour tout entier n , $u_n = u_0 \times r^n$.

Exercice 3 :

/1,5 point

Soit n un entier supérieur ou égal à 1.

Démontrer que $\sum_{k=2}^{n+1} \frac{1}{10^k} = \frac{1}{90} \left(1 - \frac{1}{10^n} \right)$, c'est-à-dire que $\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \dots + \frac{1}{10^{n+1}} = \frac{1}{90} \left(1 - \frac{1}{10^n} \right)$

Exercice 4 :

/2,5 points

Déterminer les limites des suites suivantes (en justifiant vos réponses)

1. $u_n = n\sqrt{n}$

2. $v_n = \frac{n^2 + 3n - 5}{3n^4}$

3. $w_n = \frac{n^2 - 5}{3n^2 + 2n - 3}$

Exercice 5 :

/3,5 points

On considère la fonction $f(x) = x^2 - 2x - 15$

1. Tracez la représentation graphique de cette fonction dans un repère orthonormé pour $x \in [-4; 6]$. On note $\mathcal{C}_f$ cette courbe.
 2. Construisez le tableau de variations de la fonction f .
 3. Montrez que la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3 a pour équation $y = 4x - 24$; on note $\mathcal{T}$ cette tangente. Construisez la tangente $\mathcal{T}$ dans le repère précédent.
 4. A est le point de la courbe d'abscisse 2; B est le point de la courbe d'abscisse 4. Quelles sont les coordonnées des points A et B ?
 5. Quelle est l'équation de la droite (AB) ?
 6. Justifiez que la droite (AB) et la tangente $\mathcal{T}$ sont parallèles.
-

Exercice 6 :

/2 points

Pour pouvoir démarrer une partie de « petits chevaux », il faut avoir le numéro 6 qui sorte sur le dé.

La partie se joue en lançant un dé à 6 faces (que l'on considérera bien équilibré) à tour de rôle; combien de coups sont nécessaires pour « être sûr » de commencer une partie de « petits chevaux »?

remarque : on entend par « être sûr » le fait que cela se réalise avec une probabilité supérieure à 0,9

Exercice 7 :

/2 points

On considère la somme des n premiers termes impairs : peut-on donner une expression de cette somme en fonction de n (n étant un nombre entier naturel non nul) ?

Aide : un nombre impair quelconque s'écrit $2p + 1$ (avec p nombre entier)

La somme en question s'écrit donc : $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + 2p + 1 + \dots + 2n - 1$

Toute trace de recherche pertinente sera valorisée dans cet exercice.

Exercice 8 :

/2 points

On considère un cercle de diamètre $[AB]$. On donne : $AB = 8$ cm

On place un point M sur le cercle et on construit son projeté orthogonal sur $[AB]$ que l'on nomme H : cela signifie que l'on construit la perpendiculaire à (AB) passant par M , et que l'on nomme H l'intersection de cette droite avec (AB) .

Existe-t-il une position du point M telle que l'aire du triangle AMH soit maximale ?

Rappel : l'aire d'un triangle est donnée par :

$$\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

Toute trace de recherche pertinente sera valorisée dans cet exercice.

