durée : 3 heures calculatrice autorisée

Exercice 1: /5 points

Question à choix multiple : à faire sur les feuilles réservées **en pensant à bien colorer la case choisie** (en noir si possible)

Exercice 2: /1,5 point

Restitution organisée de connaissances

Dans cet exercice n désigne un entier naturel.

On définit une suite géométrique de la manière suivante : u_0 est donné, et $u_{n+1} = r \times u_n$

Démontrer par récurrence que pour tout entier n, $u_n = u_0 \times r^n$.

Exercice 3: /1,5 point

Soit n un entier supérieur ou égal à 1.

Démontrer que
$$\sum_{k=2}^{n+1} \frac{1}{10^k} = \frac{1}{90} \left(1 - \frac{1}{10^n} \right)$$
, c'est-à-dire que $\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \dots + \frac{1}{10^{n+1}} = \frac{1}{90} \left(1 - \frac{1}{10^n} \right)$

Exercice 4: /2,5 points

Déterminer les limites des suites suivantes (en justifiant vos réponses)

1.
$$u_n = n\sqrt{n}$$

2.
$$v_n = \frac{n^2 + 3n - 5}{3n^4}$$

$$3. \ \, w_n = \frac{n^2 - 5}{3n^2 + 2n - 3}$$

Exercice 5: /3,5 points

On considère la fonction $f(x) = x^2 - 2x - 15$

1. Tracez la représentation graphique de cette fonction dans un repère orthonormé pour $x \in [-4; 6]$. On note \mathcal{C}_f cette courbe.

- **2.** Construisez le tableau de variations de la fonction f.
- **3.** Montrez que la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 3 a pour équation y = 4x 24; on note \mathcal{T} cette tangente. Construisez la tangente \mathcal{T} dans le repère précédent.
- **4.** *A* est le point de la courbe d'abscisse 2; *B* est le point de la courbe d'abscisse 4. Quelles sont les coordonnées des points *A* et *B*?
- **5.** Quelle est l'équation de la droite (*AB*)?
- **6.** Justifiez que la droite (AB) et la tangente $\mathcal T$ sont parallèles.

Exercice 6: /2 points

Pour pouvoir démarrer une partie de « petits chevaux », il faut avoir le numéro 6 qui sorte sur le dé.

La partie se joue en lançant un dé à 6 faces (que l'on considérera bien équilibré) à tour de rôle ; combien de coups sont nécessaires pour « être sûr » de commencer une partie de « petits chevaux » ?

remarque: on entend par « être sûr » le fait que cela se réalise avec une probabilité supérieure à 0,9

Exercice 7: /2 points

On considère la somme des n premiers termes impairs : peut-on donner une expression de cette somme en fonction de n (n étant un nombre entier naturel non nul) ?

Aide: un nombre impair quelconque s'écrit 2p + 1 (avec p nombre entier)

La somme en question s'écrit donc : $S_n = 1 + 3 + 5 + \cdots + 2p + 1 + \cdots + 2n - 1$

Toute trace de recherche pertinente sera valorisée dans cet exercice.

Exercice 8:

On considère un cercle de diamètre [AB]. On donne : AB = 8 cm

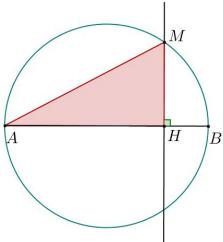
On place un point M sur le cercle et on construit son projet'e orthogonal sur [AB] que l'on nomme H: cela signifie que l'on construit la perpendiculaire à (AB) passant par M, et que l'on nomme H l'intersection de cette droite avec (AB).

Existe-t-il une position du point M telle que l'aire du triangle AMH soit maximale?

Rappel: l'aire d'un triangle est donnée par :

$$\mathcal{A} = \frac{base \times hauteur}{2}$$

Toute trace de recherche pertinente sera valorisée dans cet exercice.



/2 points