Devoir à la maison

Réponses

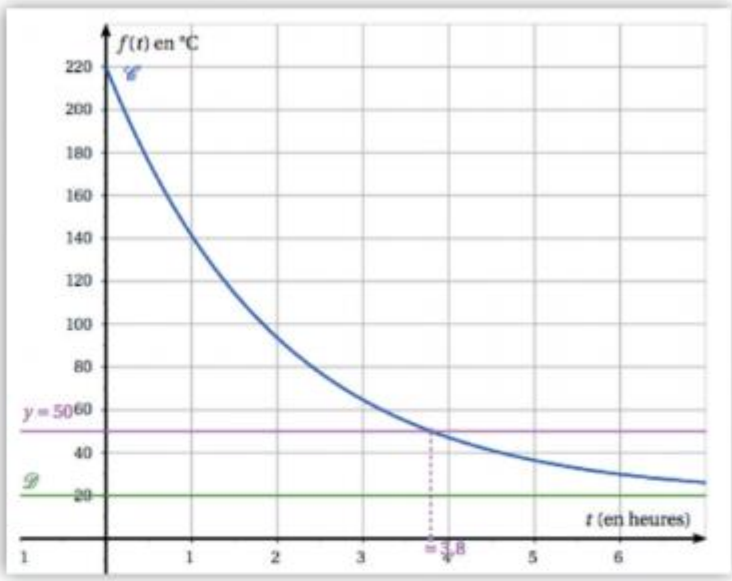
85 **1.** Réponse c. **2.** Réponse b.
3. Réponse d. **4.** Réponse d.

88 **1.** $y' + \frac{1}{2}y = 10 \Leftrightarrow y' = -\frac{1}{2}y + 10$, les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions f définies sur $[0\ ;+\infty[$ par $f(t) = Ce^{-\frac{1}{2}t} + 20$, où C est une constante réelle.
Or $f(0) = 220 \Leftrightarrow C + 20 = 220 \Leftrightarrow C = 200$.
Donc $f(t) = 200e^{-\frac{1}{2}t} + 20$.

2. a. La fonction f est dérivable sur $[0\ ;+\infty[$ comme composée de fonctions dérivables sur $[0\ ;+\infty[$ et $f'(t) = -100e^{-\frac{1}{2}t}$.
Or $-100e^{-\frac{1}{2}t} < 0$, la fonction f est donc strictement décroissante sur $[0\ ;+\infty[$.

b. $\lim\limits_{t \to +\infty} -\frac{1}{2}t = -\infty$ et $\lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0$.
Par composition, $\lim\limits_{t \to +\infty} e^{-\frac{1}{2}t} = 0$.
On en déduit que $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 20$, ce qui signifie que la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = 20$ est asymptote horizontale à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

c.



3. a. Graphiquement, $f(t) = 50$ pour $t = 3{,}8$, soit 3 heures et 48 minutes environ.

b. $f(t) = 50 \Leftrightarrow 200\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t} + 20 = 50 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t} = \dfrac{3}{20}$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}t = \ln\left(\frac{3}{20}\right)$$

$$\Leftrightarrow t = -2\ln\left(\frac{3}{20}\right) \approx 3{,}79 \text{ à } 0{,}01 \text{ près.}$$