Devoir à la maison

85 20 min QCM

Pour chacune des questions suivantes, indiquer la seule des quatre propositions qui est exacte.

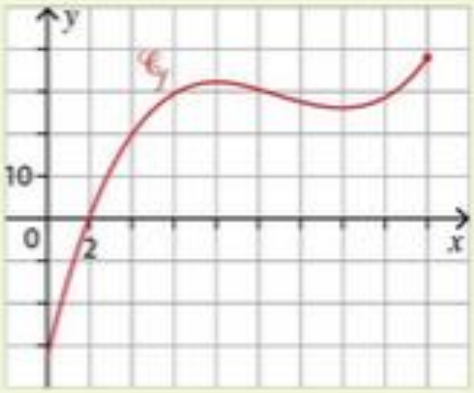
1. Soit une fonction f définie et dérivable sur $[-3\,;-1]$. On note f' sa dérivée et F une de ses primitives. On sait que, pour tout $x \in [-3\,;-1]$, $f'(x) > 0$.
On peut affirmer que, sur l'intervalle $[-3\,;-1]$, la fonction F est :

ⓐ décroissante. ⓑ strictement décroissante.
ⓒ convexe. ⓓ négative.

2. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{3x+2}$.
Une primitive G de g peut être définie sur $\mathbb{R}$ par :

ⓐ $G(x) = 3e^{3x+2}$ ⓑ $G(x) = \frac{1}{3}e^{3x+2}$
ⓒ $G(x) = (3x+2)e^{3x+2}$ ⓓ $G(x) = e^{3x+2}$

3. On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f, définie et continue sur $[0\,;18]$.



On peut affirmer que toutes les primitives de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;18]$ sont :

ⓐ négatives sur l'intervalle $[0\,;2]$.
ⓑ négatives sur l'intervalle $[8\,;12]$.
ⓒ croissantes sur l'intervalle $[0\,;2]$.
ⓓ croissantes sur l'intervalle $[8\,;12]$.

4. On considère la fonction H, définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$H(x) = \sin(1+x^2).$$

On peut affirmer que H est une primitive sur $\mathbb{R}$ de :

ⓐ $h : x \mapsto \sin(1+x^2)$ ⓑ $h : x \mapsto \cos(1+x^2)$
ⓒ $h : x \mapsto -\cos(1+x^2)$ ⓓ $h : x \mapsto 2x\cos(1+x^2)$

88 20 min

La température de refroidissement d'un objet fabriqué industriellement est une fonction f du temps t.
f est définie sur l'ensemble des nombres réels positifs et vérifie l'équation différentielle :

$$y' + \frac{1}{2}y = 10$$

La température est exprimée en degré Celsius (°C) et le temps t en heure.

1. Déterminer $f(t)$ pour $t > 0$, sachant que pour $t = 0$, la température de l'objet est 220 °C.

2. On pourra admettre désormais que la fonction f est définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(t) = 200\mathrm{e}^{\frac{-t}{2}} + 20$.
On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal. Les unités graphiques sont 2 cm pour une heure en abscisse et 1 cm pour 20 °C en ordonnée.

a. Étudier les variations de f sur $[0\,;+\infty[$.

b. Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$.
En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ en $+\infty$.

c. Construire la courbe $\mathscr{C}$ et son asymptote dans le repère sur l'intervalle $[0\,;7]$.

3. a. Utiliser le graphique pour déterminer une valeur approchée, en heure et minute, du moment où la température de l'objet est 50 °C. On laissera les traits de construction apparents.

b. Retrouver ce résultat par le calcul.