
Probabilités conditionnelles

Les statistiques du ministère de la Jeunesse et des Sports ont permis d'établir qu'en période de compétition, pour un athlète pris au hasard, la probabilité d'être déclaré positif à un contrôle antidopage est égale à 0,02. La prise d'un certain médicament M peut entraîner un contrôle positif. En période de compétition, on estime que ce médicament M qui diminue fortement la fatigue musculaire est utilisé par 25 % des athlètes. La probabilité d'être déclaré positif au contrôle si le médicament M a été utilisé est égale à 0,05.

Un athlète est tiré au sort pour effectuer un contrôle antidopage. On note M l'évènement « utiliser le médicament M » et T l'évènement « être contrôlé positif ».

1. calculer la probabilité que l'athlète ait réellement utilisé le médicament M si son contrôle se révèle positif.
2. calculer la probabilité que le contrôle soit positif alors que l'athlète n'a pas utilisé le médicament M.

Remarque : on pourra s'aider d'arbres pondérés en y indiquant les données de la consigne dans un premier temps, et en les utilisant pour calculer les valeurs demandées.

Le dépistage de l'hyperthyroïdie s'effectue par un test basé sur le dosage de la TSH.

Les résultats sont les suivants :

- chez les malades, 95 % de tests sont positifs ;
- chez les non malades, 99 % de tests sont négatifs.

Sachant que la fréquence (on appelle prévalence) de l'hyperthyroïdie dans la population est de 1,5 %, on cherche à déterminer :

- la probabilité d'être malade sachant que le test est positif (on appelle cela la valeur prédictive positive du test) ;
- la probabilité de ne pas être malade sachant que le test est négatif (on appelle cela la valeur prédictive négative du test)

On note H l'évènement « être atteint d'hyperthyroïdie » et T l'évènement « avoir un test positif au test ».

1. calculer la valeur prédictive positive du test.
2. calculer la valeur prédictive négative du test.

Remarque : on pourra s'aider d'arbres pondérés en y indiquant les données de la consigne dans un premier temps, et en les utilisant pour calculer les valeurs demandées.

Exponentielle

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-3x} - x$

1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
 2. Quelles sont les limites aux bornes de f ?
 3. Donne le tableau de variations de f .
 4. Combien l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle de solution ? (donne des valeurs approchées à 10^{-3} près de la / des éventuelle(s) solution(s).
-

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{5x} - 3x$

1. Donne l'ensemble de définition de f et ses limites aux bornes.
 2. Calcule la dérivée de f et construis son tableau de variation.
 3. Combien l'équation $f(x) = 3$ a-t-elle de solution ? (donne des valeurs approchées à 10^{-3} près de la / des éventuelle(s) solution(s).
-

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-5x} + 3x$

1. Donne l'ensemble de définition de f et ses limites aux bornes.
 2. Calcule la dérivée de f et construis son tableau de variation.
 3. Combien l'équation $f(x) = 8$ a-t-elle de solution ? (donne des valeurs approchées à 10^{-3} près de la / des éventuelle(s) solution(s).
-

Montrer qu'une suite est géométrique

Soit (p_n) la suite définie par $p_0 = 100\,000$ et $p_{n+1} = 0,75.p_n + 20\,000$

1. on pose : $u_n = p_n - 80\,000$; montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 2. Donner une expression de u_n
 3. En déduire une expression, pour tout entier n , de p_n
-

Récurrence

En utilisant la définition d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison r ($u_{n+1} = r.u_n$), démontrer par récurrence que pour tout entier n , $u^n = u_0.r^n$

Nombres complexes

On définit la fonction polynôme f de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ par :

$$f(z) = z^4 - 6z^3 + 14z^2 - 24z + 40$$

1. Trouver deux réels a et b tels que, pour tout z de $\mathbb{C}$, on ait :

$$f(z) = (z^2 + a.z + b)(z^2 + 4)$$

2. En déduire l'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $f(z) = 0$
-

Pour tout nombre complexe z , on pose : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

1. Calculer $P(-1)$
2. Déterminer les réels a et b tels que pour tout nombre complexe z , on ait :

$$P(z) = (z + 1)(z^2 + a.z + b)$$

3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$
-

1. Écrire sous forme algébrique les inverses des nombres complexes non nuls suivants :
 $z_1 = i$, $z_2 = 2 - i$ et $z_3 = 2i + 1$
 2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $i(z - i) = 1$
 3. Soit z un nombre complexe non nul de forme algébrique $x + i.y$; donner les parties réelle et imaginaire de $z_1 = \frac{\bar{z}}{z}$
-

Équations paramétriques

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation paramétrique :
$$\begin{cases} x &= 1 - 2t \\ y &= 2 + 4t \\ z &= 5 - t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

et $\mathcal{P}$ le plan d'équation paramétrique (de paramètres u et v)
$$\begin{cases} x &= 3 + u \\ y &= 1 - v \\ z &= 5 - u \end{cases}$$

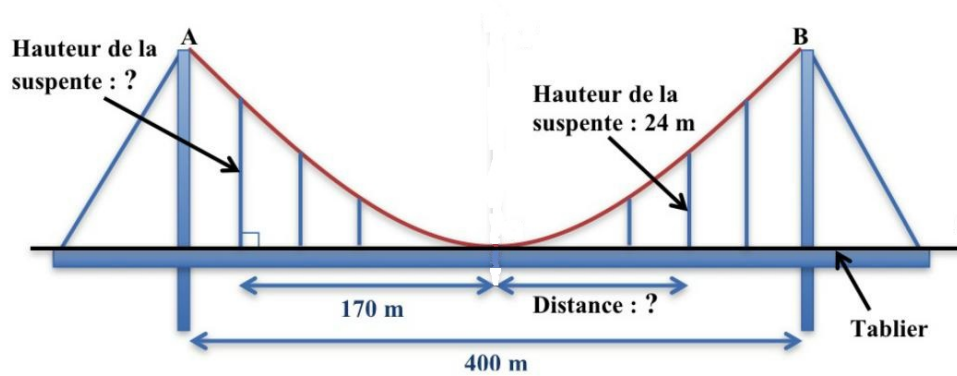
1. Donne les coordonnées de deux points appartenant à la droite $\mathcal{D}$.
2. Donne les coordonnées de deux points appartenant au plan $\mathcal{P}$.
3. Détermine l'intersection de la droite $\mathcal{D}$ et du plan $\mathcal{P}$.

Limites de suite et de fonction

1. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5-n}{1+n^2}$
 2. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} 3^n - 5^n$
 3. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x \cdot x}{x^2 + 1}$
 4. Calculer $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5-x}{x-3}$ et $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5-x}{x-3}$
 5. Calculer $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5-x}{(x-3)^2}$
-

Exercice de recherche :

On vous donne le schéma d'un pont suspendu¹ (type le « Golden Gate », à San Francisco)



On vous indique que les points A et B sont situés à 48 m au-dessus du tablier, et que le câble a la forme d'une portion de parabole entre les points A et B.

Déterminer les deux longueurs indiquées par des points d'interrogation, à savoir la hauteur de la première suspension située après la suspension qui se termine en A, et la distance amenant à la suspension de 24 m de haut.

1. à ne pas confondre avec un pont à haubans, comme le pont de Normandie