

Exercice 1 :

Le but de cet exercice est de démontrer que pour tout nombre réel x , $e^x \geq x + 1$ (une relation de ce type sera utilisée pour démontrer que la fonction exponentielle tend vers $+\infty$ en $+\infty$)

1. Conjecturer ce résultat par une approche graphique (décrivez votre démarche et vos observations).
2. On introduit la fonction d définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = e^x - x - 1$
 - a. Étudier la fonction f sur \mathbb{R} , en particulier le fait qu'elle atteint un minimum.
 - b. Grâce à l'étude précédente, démontrer le résultat attendu.

Exercice 2 :

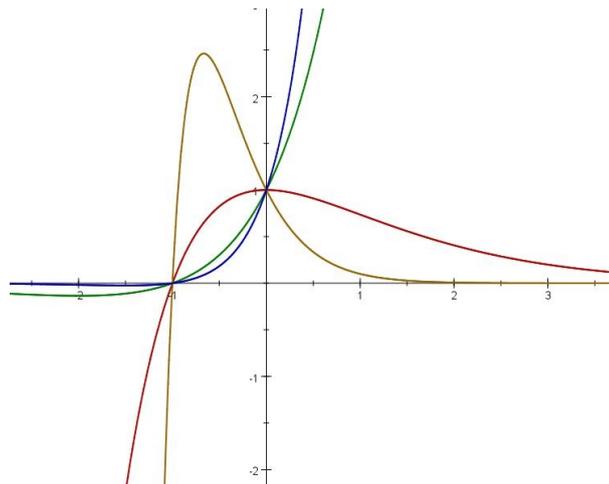
Le but de cet exercice est de mieux connaître les fonctions du type $x \mapsto e^{-kx^2}$; on rencontrera ce type de fonction plus tard dans l'année au moment de l'étude de lois continues en probabilité.

1. Soit $f(x) = e^{-x^2}$, définie sur \mathbb{R} ; démontrer que f est pair : qu'en déduit-on ?
2. Déterminer $f'(x)$.
3. Construire le tableau de variation de f sur \mathbb{R} .
4. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f aux points d'abscisse $-2, -1, 0, 1$ et 2 .
5. Construire dans un repère pour lequel vous aurez choisi des graduations bien adaptées une représentation graphique de la fonction f .

Exercice 3 : une famille de fonctions

Pour k réel, on considère la fonction f_k définie sur \mathbb{R} par : $f_k(x) = (x + 1)e^{kx}$

1. Quelle est la nature de f_0 ?
2. Étudier le signe de $(x + 1)(e^x - 1)$.
3. En déduire les positions relatives des courbes représentant les fonctions f_k et f_{k+1} .
4. Étudier le sens de variation de f_k pour $k < 0$ et $k > 0$.
5. Les courbes ci-dessous représentent les fonctions f_k obtenues pour $k = -1, k = -3, k = 1$ et $k = 2$.



Identifier chaque courbe en justifiant la réponse.