

## proposition de corrigé

**Exercice 1 :**

Voici un descriptif de « La Géode » de Paris :

La **Géode** est située au nord-est de Paris dans le Parc de la Villette. Au XVIII<sup>e</sup> siècle c'était un village traversé par la rivière de l'Ourcq. Au début du XIX<sup>e</sup> siècle, et afin d'approvisionner Paris en eau potable, le canal de l'Ourcq fut percé et dans son prolongement, Napoléon 1<sup>er</sup> fit creuser le bassin de la Villette pour alimenter les fontaines de Paris.

C'est à partir de 1867 que le baron Haussmann décida de réunir le marché national de la viande à la Villette : la Grande Halle pouvait recevoir jusqu'à 4600 bovins. Les fameux abattoirs de La Villette ont fermé définitivement leurs portes en 1974 laissant une friche de 55 ha à convertir en un vaste projet urbain dont la mission initiale était : "il faut que la science et la culture puissent s'y rencontrer, que ce soit une ville-jardin, un jardin dans la ville". La Géode a ouvert ses portes le 6 mai 1985, un an avant la Cité des sciences et de l'industrie dont l'inauguration, le 13 mars 1986, correspondait au passage de la comète de Halley. La Géode abrite la première salle de cinéma de France par sa fréquentation, exclusivement consacrée à la projection de films en grand format sur son écran géant

Devenue le symbole de la **Cité des Sciences et de l'Industrie**, la géode est une sphère de 36 mètres de diamètre, recouverte de 6433 triangles d'acier en inox poli qui réfléchissent les alentours. Cette salle de cinéma dispose du plus grand écran hémisphérique du monde.

La géode de la Villette abrite une salle de cinéma de 400 places, où les spectateurs sont comme emportés par l'image grâce à un écran hémisphérique de 1000m<sup>2</sup> (le plus grand du monde). Le champ de vision couvre 180° et offre au spectateur plus qu'il n'en peut saisir. La pellicule, large de 70mm, défile horizontalement. Chaque image est projetée dix fois plus grande qu'une image en 35mm.

Si vous devez nettoyer l'extérieur de la Géode, quelle est la surface à nettoyer ?

Ce qu'il faut retenir de ces explications, c'est qu'on considère que la Géode de La Villette est **une sphère de 36 m de diamètre.**

Son rayon est égal à 18 m.

On obtient sa surface en faisant :

$$A = 4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times 18^2 = 1296\pi \approx 4041,5 \text{ m}^2$$

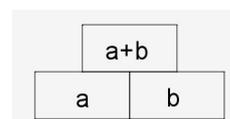


une image de la Géode située dans le Parc de La Villette à Paris

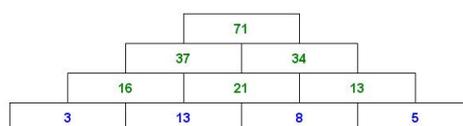
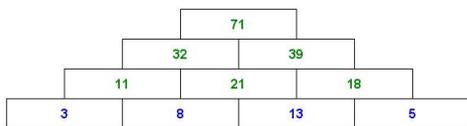
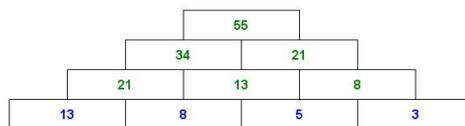
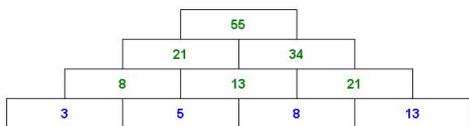
**Exercice 2 :**

Le principe de la « *pyramide mathématique* » est le suivant : on obtient la case supérieure en additionnant les deux cases se trouvant juste dessous.

On peut schématiser ce principe par la figure ci-contre :



1. Comment placer sur la ligne inférieure quatre nombres donnés, par exemple : 3, 5, 8 et 13 pour obtenir le plus grand nombre possible au sommet ? (*donne le plus d'explications possibles*)

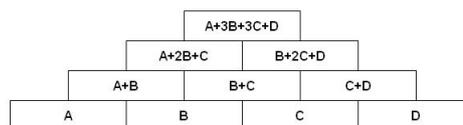


Pour obtenir le plus grande nombre possible au sommet, il faut placer les plus grands nombres dans les deuxièmes et troisièmes cases de la première ligne.

Il y a plusieurs solutions possibles.

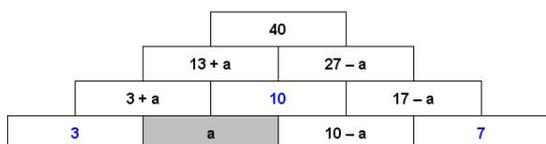
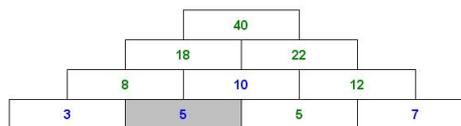
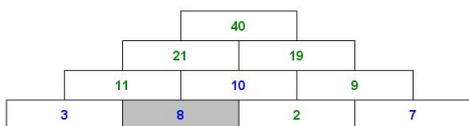
Pour le prouver, on peut construire toutes les combinaisons possibles et constater que le plus grand nombre est obtenu au sommet de la pyramide quand les plus grands nombres sont dans les deuxièmes et troisièmes cases de la première ligne : mais combien y a-t-il de combinaisons en tout ? Comment être sûr de ne pas en oublier ... et n'y aurait-il pas une méthode plus efficace ?

Pour prouver le résultat, on peut placer les lettres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  dans les quatre cases du bas de la pyramide : on obtient au sommet  $a + 3b + 3c + d$ .



Si on veut que cette case ait la plus grande valeur possible, il faudra donc que  $b$  et  $c$  soient les plus grands possibles : il faut placer les plus grands nombres aux 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> case.

2. Complète une première fois en prenant 8 pour la case en gris ; puis une seconde fois en prenant 5, ou tout autre nombre. Que semble-t-il se passer ? Peux-tu l'expliquer ?



Même si on faisait des milliers d'essais, cela ne prouverait pas que le nombre au sommet est toujours 40 ... pourtant, on a bien l'impression que c'est le cas !

Le **calcul littéral** apparaît indispensable pour en faire la preuve.

On va noter  $a$  le nombre qui va dans la case grisée : cette lettre représente un nombre quelconque (entier, décimal, fractionnaire ... négatif si on veut)

\* Au premier niveau, la case qui est à droite de la case grisée est la différence entre 10 et  $a$  ; c'est :  $10 - a$ .

\* Au deuxième niveau, la case qui est au-dessus de 3 et de  $a$  est la somme de 3 et de  $a$  ; c'est :  $3 + a$ .

\* Au deuxième niveau, la case tout à droite est la somme de  $10 - a$  et 7 ; c'est :  $10 - a + 7 = 17 - a$ .

On comprend les écritures du troisième niveau (comme somme des deux cases en dessous).

Pour le quatrième niveau, on doit faire la somme de  $13 + a$  et de  $27 - a$  ; ça donne :  $13 + a + 27 - a = 13 + 27 + a - a = 40$ .

Ainsi, quelle que soit la valeur du nombre dans la case grisée, le résultat au sommet est 40.