Nom/Prénom :

***Exercice* 1** :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
Pour tout entier naturel n, on note A_n le point d'affixe z_n défini par :

$$z_0 = 1 \quad \text{et} \quad z_{n+1} = \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}\right) z_n.$$

On définit la suite (r_n) par $r_n = |z_n|$ pour tout entier naturel n.

1. Donner la forme exponentielle du nombre complexe $\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{i}$.

2. **a.** Montrer que la suite (r_n) est géométrique de raison $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

b. En déduire l'expression de r_n en fonction de n.

c. Que dire de la longueur OA_n lorsque n tend vers $+\infty$?

3. On considère l'algorithme suivant :

Variables	n entier naturel R réel P réel strictement positif
Entrée	Demander la valeur de P

Traitement	R prend la valeur 1
	n prend la valeur 0
	Tant que $R > P$
	    n prend la valeur $n+1$
	    R prend la valeur $\frac{\sqrt{3}}{2}R$
	Fin tant que

Sortie	Afficher n

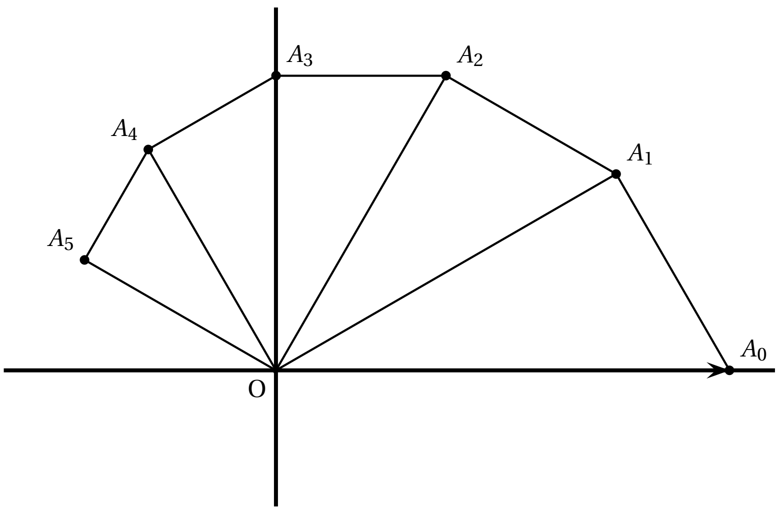
a. Quelle est la valeur affichée par l'algorithme pour $P = 0,5$?

b. Pour $P = 0,01$ on obtient $n = 33$. Quel est le rôle de cet algorithme ?

4. **a.** Démontrer que le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle en A_{n+1}.

b. On admet que $z_n = r_n e^{i\frac{n\pi}{6}}$.
Déterminer les valeurs de n pour lesquelles A_n est un point de l'axe des ordonnées.

c. Compléter la figure ci-dessous, en représentant les points A_6, A_7, A_8 et A_9.
Les traits de construction seront apparents.



***Exercice* 2** :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.

Pour chaque question, trois réponses sont proposées et une seule d'entre elles est exacte.
Le candidat portera sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie et justifiera son choix.

li est attribué un point par réponse correcte et convenablement justifiée. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte. Aucun point n'est enlevé en l'absence de réponse ou en cas de réponse fausse.

Pour les questions 1 et 2, l'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

, La droite $\mathscr{D}$ est définie par la représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{lll} x & = & 5-2t \\ y & = & 1+3t \\ z & = & 4 \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$.

1. On note $\mathscr{P}$ le plan d'équation cartésienne $3x+2y+z-6=0$.
   - **a.** La droite $\mathscr{D}$ est perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$.
   - **b.** La droite $\mathscr{D}$ est parallèle au plan $\mathscr{P}$.
   - **c.** La droite $\mathscr{D}$ est incluse dans le plan $\mathscr{P}$.
2. On note $\mathscr{D}'$ la droite qui passe par le point A de coordonnées (3 ; 1 ; 1) et a pour vecteur directeur $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.
   - **a.** Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles.
   - **b.** Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont sécantes.
   - **c.** Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ ne sont pas coplanaires.

Pour les questions 3 et 4, le plan est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.

3. Soit $\mathscr{E}$ l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z+\mathrm{i}| = |z-\mathrm{i}|$.
   - **a.** $\mathscr{E}$ est l'axe des abscisses.
   - **b.** $\mathscr{E}$ est l'axe des ordonnées.
   - **c.** $\mathscr{E}$ est le cercle ayant pour centre O et pour rayon 1.
4. On désigne par B et C deux points du plan dont les affixes respectives b et c vérifient l'égalité $\dfrac{c}{b} = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$.
   - **a.** Le triangle OBC est isocèle en O.
   - **b.** Les points O, B, C sont alignés.
   - **c.** Le triangle OBC est isocèle et rectangle en B.