

**Exercice 1 :**

Un astronome responsable d'un club d'astronomie a observé le ciel un soir d'août 2015 pour voir des étoiles filantes. Il a effectué des relevés du temps d'attente entre deux apparitions d'étoiles filantes. Il a alors modélisé ce temps d'attente, exprimé en minutes, par une variable aléatoire  $T$  qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . En exploitant les données obtenues, il a établi que  $\lambda = 0,2$ .

Il prévoit d'emmener un groupe de nouveaux adhérents de son club lors du mois d'août 2016 pour observer des étoiles filantes. Il suppose qu'il sera dans des conditions d'observation analogues à celles d'août 2015.

L'astronome veut s'assurer que le groupe ne s'ennuiera pas et décide de faire quelques calculs de probabilités dont les résultats serviront à animer la discussion.

**Partie A : non accessible pour le moment****Partie B**

Ce responsable adresse un questionnaire à ses adhérents pour mieux les connaître. Il obtient les informations suivantes :

- 64 % des personnes interrogées sont des nouveaux adhérents ;
- 27 % des personnes interrogées sont des anciens adhérents qui possèdent un télescope personnel ;
- 65 % des nouveaux adhérents n'ont pas de télescope personnel.

1. On choisit un adhérent au hasard. Montrer que la probabilité que cet adhérent possède un télescope personnel est 0,494.
2. On choisit au hasard un adhérent parmi ceux qui possèdent un télescope personnel. Quelle est la probabilité que ce soit un nouvel adhérent ? Arrondir à  $10^{-3}$  près.

**Partie C**

Pour des raisons pratiques, l'astronome responsable du club souhaiterait installer un site d'observation sur les hauteurs d'une petite ville de 2 500 habitants. Mais la pollution lumineuse due à l'éclairage public nuit à la qualité des observations. Pour tenter de convaincre la mairie de couper l'éclairage nocturne pendant les nuits d'observation, l'astronome réalise un sondage aléatoire auprès de 100 habitants et obtient 54 avis favorables à la coupure de l'éclairage nocturne.

L'astronome fait l'hypothèse que 50 % de la population du village est favorable à la coupure de l'éclairage nocturne. Le résultat de ce sondage l'amène-t-il à changer d'avis ?

---

**Exercice 2 :**

Le but de cet exercice est de démontrer que pour tout nombre réel  $x$ ,  $e^x \geq x + 1$  (une relation de ce type sera utilisée pour démontrer que la fonction exponentielle tend vers  $+\infty$  en  $+\infty$ )

1. Conjecturer ce résultat par une approche graphique (décrivez votre démarche et vos observations).
2. On introduit la fonction  $d$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = e^x - x - 1$ 
  - a. Étudier la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ , en particulier le fait qu'elle atteint un minimum.
  - b. Grâce à l'étude précédente, démontrer le résultat attendu.