

corrigé

Ex 1

On s'intéresse à la propagation d'une maladie dans une ville de 130 000 habitants.

La fonction f définie sur $[0 ; 40]$ par :

$$f(t) = -30t^2 + 1200t + 4000$$

modélise le nombre de personnes touchées par la maladie t jour(s) après le début de l'épidémie.

1. Déterminer le nombre de personnes touchées par la maladie au bout de 15 jours de suivi de la propagation.
2. Le conseil municipal a décidé de fermer les crèches de la ville dès que plus de 10 % de la population sont touchés par la maladie. Pendant combien de jours les crèches ont-elles été fermées ?

99 1. $f(15) = -30 \times 15^2 + 1200 \times 15 + 4000 = 15250$.

Au bout de 15 jours 15250 personnes sont atteintes par la maladie.

2. $\frac{10 \times 130000}{100} = 13000$.

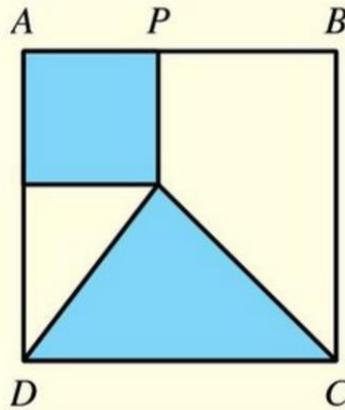
$$f(t) > 13000 \Leftrightarrow -30t^2 + 1200t - 9000 > 0.$$

Le trinôme $-30t^2 + 1200t - 9000$ a pour discriminant $\Delta = 360000 > 0$, donc le trinôme $-30t^2 + 1200t - 9000$ admet deux racines $t_1 = 10$ et $t_2 = 30$.

$a < 0$, donc $-30t^2 + 1200t - 9000 > 0$ sur l'intervalle $]10;30[$.
Les crèches ont été fermées pendant 19 jours.

Ex 2

$ABCD$ est un carré de côté 8. Soit P un point mobile sur le segment $[AB]$.



1. Déterminer la position du point P sur le segment $[AB]$ telle que l'aire de la surface bleue soit minimale.
2. Où doit-on placer le point P pour que la surface bleue occupe 75 % de la surface du carré ?
3. Est-il possible que l'aire de la surface bleue soit égale au quart de l'aire du carré ?

103 1. Soit $x = AP$ avec $x \in [0; 8]$.

L'aire de la surface bleue est constituée de l'aire d'un carré de côté x et de l'aire d'un triangle de hauteur $8 - x$ et de base $DC = 8$.

$$A(x) = x^2 + \frac{(8-x) \times 8}{2} = x^2 - 4x + 32.$$

Le coefficient de x^2 est positif donc l'aire de la surface bleue est minimale pour $x = 2$. Pour que l'aire bleue soit minimale le point P doit être sur le segment $[AB]$, à 2 unités de longueur du point A .

2. $x^2 - 4x + 32 = 0,75 \times 64 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 16 = 0$. $\Delta = 80 > 0$, donc l'équation admet deux solutions $x_1 = \frac{4 + \sqrt{80}}{2} \approx 6,47$

et $x_2 = \frac{4 - \sqrt{80}}{2} < 0$.

Pour que l'aire bleue soit égale à 75 % de l'aire du carré, le point P doit être sur le segment $[AB]$, à environ 6,47 unités de longueur du point A .

3. L'aire minimale de la surface bleue est $A(2) = 28$ et $0,25 \times 64 = 16$ il n'est donc pas possible que l'aire de la surface bleue atteigne un quart de l'aire du carré.