Compte rendu de l'activité sur la rampe de skate

I - modélisation par un segment

$f(x)=ax+b$

* le segment passe par A(0 ;1) donc $f(0)=1$; ça donne : $a . 0+b=1$ et donc $b=1$
* le segment passe par D(2 ;0) donc $f(2)=0$; ça donne : $a . 2 + b=0$ et donc : $a=-b/2=-0,5$

La fonction linéaire recherchée a pour équation : $\boxed{\mathbf{f(x)=-0,5x+1}}$

II - modélisation par une parabole

$g(x)=ax^2+bx+c$

* la parabole passe par passe par A(0 ;1) donc $g(0)=1$; ça donne : $a.0+b.0+c=1$ donc $c=1$
* la parabole passe par passe par D(2 ;0) donc $g(2)=0$; ça donne : $\mathbf{4a+2b+1=0}$

* la parabole se raccorde au sol de telle manière que la tangente soit horizontale en D ; cela donne : $g'(2)=0$
$g'(x)=2ax+b$ et ça donne $\mathbf{4a+b=0}$

On obtient **deux équations à deux inconnues** ; après résolution (par soustraction par exemple), on trouve :
$a= 0,25$
$b= -1$
Conclusion : la fonction cherchée est $\boxed{\mathbf{g(x)=0.25x^2-x+1}}$

III - modélisation par la courbe d'une fonction du troisième degré

$h(x)=(ax+b)^3$

* la courbe passe par passe par A(0 ;1) donc $h(0)=1$; ça donne : $(a.0+b)^3=1$ donc $b^3=1$ donc $b=1$
* la courbe passe par passe par D(2 ;0) donc $h(2)=0$; ça donne : $\mathbf{(a.2+1)^3=0}$ **donc** $\mathbf{a=-1/2}$

On trouve : $\boxed{\mathbf{h(x)=(-0,5x+1)^3}}$

Il faut vérifier que le raccordement avec le sol se fait correctement, c'est à dire : $h'(2)=0$

Pour le moment, on a juste comme technique le développement de $(-0,5x+1)^3$ et la dérivation terme à terme … c'est un peu laborieux mais on y arrive.

Grâce à la formule : (u(x)^n)'=n.u'(x)(u(x)^(n-1)), on est plus efficace ; ça donne ici :

$h'(x)=((-0,5x+1)^3)'=3(-0,5)(-0,5x+1)^2$

On a bien : $h'(2)=0$ et donc la fonction proposée répond au problème posé.