Diplôme National du Brevet

Épreuve blanche n°2

Externat Notre Dame

25 Avril 2012

Proposition de corrigé

Durée de l'épreuve : 2 h

I - Activités numériques	12 points
II - Activités géométriques	12 points
III – Problème	12 points
Qualité de rédaction et de présentation	4 points

Calculatrice autorisée

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est indiquée

I - Activités Numériques

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Pour chacune des cinq questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

1	Quelle est l'expression développée de $(3x + 5)^2$?	$3x^2 + 25$	$9x^2 + 25$	$9x^2 + 25 + 30x$
2	Quelle est la valeur de l'expression A = $2x^2 - 5$ lorsque x = $\frac{4}{5}$?	$\frac{-93}{25}$	$\frac{11}{5}$	$\frac{27}{5}$
3	Quelle est la valeur exacte de $\frac{\sqrt{48}}{2}$	$\sqrt{24}$	3,464	$2\sqrt{3}$
4	Quel est le nombre qui est solution de l'équation $2x - (8 + 3x) = 2$?	10	-10	2
5	En 3e A, sur 30 élèves, il y a 40% de filles. En 3e B, sur 20 élèves, il y a 60% de filles. Lorsque les deux classes sont réunies, quel est le pourcentage de filles dans le groupe ?	36% de filles.	48% de filles.	50% de filles.

Exercice 2

1) Développer (x + 1) (x – 1)

$(x+1)(x-1)=x^2+x-x-1=x^2-1$

2) En déduire une méthode pour calculer 1 001 × 999

On utilise l'égalité précédente avec x=1 000 :

$1\,001 \times 999 = (1\,000+1)(1\,000-1)=1000^2-1=1\,000\,000 - 1 = 999\,999$.

Exercice 3

1. Sans aucun calcul, expliquez pourquoi on peut simplifier la fraction $\frac{4114}{7650}$

Le numérateur et le dénominateur sont pairs : on peut simplifier par 2.

2. Calculez le PGCD des nombres 4114 et 7650 avec la méthode de votre choix en détaillant les calculs.

On peut utiliser l'algorithme d'Euclide :

7 650 = 4 114 x 1 + 3 536

4 114 = 3 536 x 1 + 578

3 536 = 578 x 6 + 68

578 = 68 x 8 + 34

68 = 34 x 2 + 0

Le dernier reste non nul est 2 : PGCD(4 114 ; 7 650) = 34

3. Rendez irréductible la fraction $\frac{4114}{7650}$ en précisant par quel nombre vous simplifiez.

Pour rendre la fraction irréductible, on simplifie par le PGCD, c'est-à-dire par 34 :

$$\frac{4114}{7650} = \frac{4114 \div 34}{7650 \div 34} = \frac{121}{225}$$

4. En utilisant les résultats des questions précédentes, mettez l'expression *A* suivante sous la forme $n\sqrt{34}$, où *n* est un entier relatif, en détaillant les calculs :

$$A = 5\sqrt{4114} - 4\sqrt{7650}$$

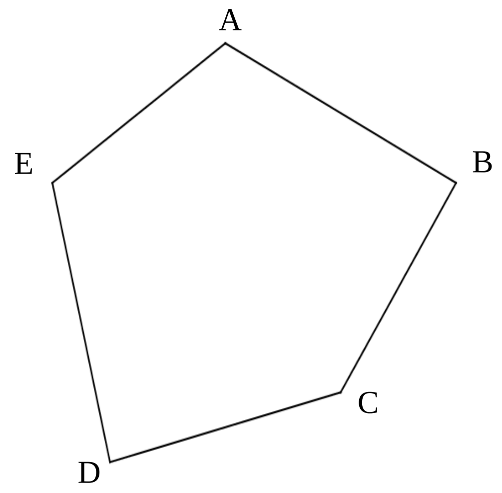
On fait évoluer l'écriture de A en utilisant les résultats précédents :

$$5\sqrt{4114} - 4\sqrt{7650} = 5\sqrt{34 \times 121} - 4\sqrt{34 \times 225} = 5 \times 11\sqrt{34} - 4 \times 15\sqrt{34} = (55-60)\sqrt{34} = -5\sqrt{34}$$

II - Activités géométriques

Exercice 1

1) Reproduisez sur votre copie la figure ci-dessous le plus précisément possible.
   Vous prendrez toutes les mesures nécessaires sur la figure. Vous laisserez les traits de construction sur votre copie, et vous expliquerez succinctement votre méthode.



Pour reproduire cette figure, deux méthodes :

- En utilisant les longueurs des côtés et les angles des sommets.
- En utilisant que des longueurs, mais il sera alors nécessaire d'utiliser des longueurs comme EB, EC (afin de reproduire des triangles)

3) Déterminer la somme des angles de ce pentagone en détaillant votre démarche.

On peut décomposer ce pentagone en 3 triangles (en traçant les segments [EB] et [EC] par exemple.

Dans chaque triangle, la somme des angles est égale à 180°.

Ainsi, la somme des angles de ce pentagone est 180° x 3 = 540°

Exercice 2

Démontrez, pour chacune des deux figures ci-dessous, que le triangle ABC est un triangle rectangle en utilisant les informations fournies.

Figure 1

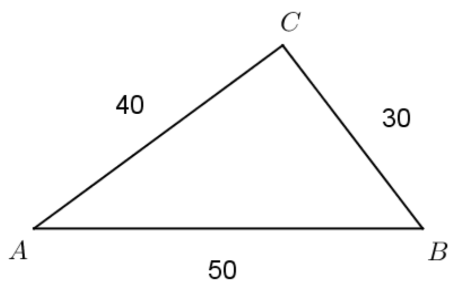


Figure 2

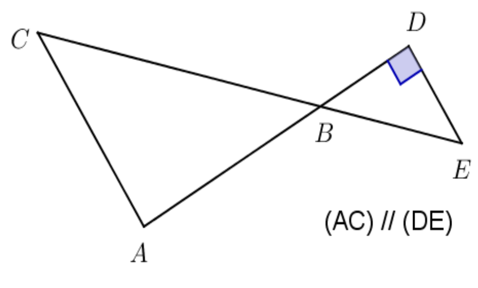


Figure 1 : on utilise la réciproque du théorème de Pythagore ;

D'une part : 30² 40² = 900+1 600 = 2 500

D'autre part : 50² = 2 500

Dans ce triangle, la somme du carré des deux plus petits côtés est égale au carré du troisième côté : il est rectangle en C.

Figure 2 : $(DE)//(AC)$ et $(DE)\perp(AD)$

On utilise la propriété suivante : si une droite (D_1) est parallèle à une droite (D_2), alors elle est perpendiculaire à toutes les droites qui sont perpendiculaires à (D_2).

On conclut que $(AC)\perp(AD)$

Cela montre que le triangle ABC est rectangle en A.

<u>Exercice 3</u>

L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle rectangle en B, tel que AB = 9 et AC = 15.

1) a) Calculer BC.

   On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABC, rectangle en B :

   AB² + BC² = AC² ; cela donne : 9² + BC² = 15²

   Et donc : BC² = 225 – 81 = 144

   On trouve : $BC=\sqrt{144}=12cm$

   b) Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.

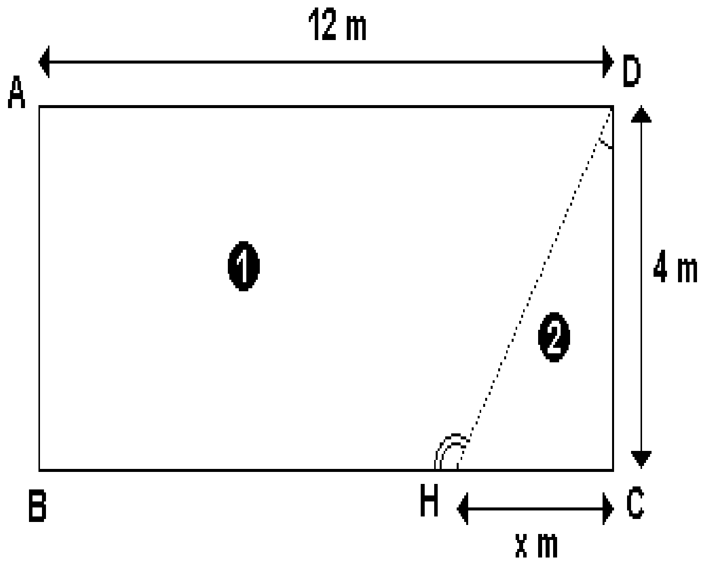
2) E est le point du segment [AB] tel que AE = 3.
   F est le point du segment [AC] tel que AF = 5.
   a) Placer les points E et F sur la figure.
   b) Démontrer que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

3) Calculer l'aire du triangle AEF.

4) Quelle fraction de l'aire du grand triangle l'aire du petit triangle représente-t-elle ?

III - Problème

On dispose d'un séjour rectangulaire dans lequel on veut réaliser un petit cagibi triangulaire. Pour cela on veut installer une cloison.



Voici ci-contre une représentation de la pièce.

La partie **1** est le cagibi et la partie **2** représente le séjour après la création du cagibi.
La cloison a été dessinée en pointillés.

Dans l'exercice, on considérera que la cloison a une épaisseur nulle.

Les trois parties du problème sont indépendantes.

Partie I (3 points)

On considère dans cette partie du problème que x = 3 m.

1) Quelle est la longueur de la cloison (en pointillé) ?

On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle HCD, rectangle en C :

HC² + CD² = DH² ce qui donne : DH² = 3² + 4² = 9 + 16 = 25, et donc : DH = 5 m

2) Calculer la valeur (à 1° près) de l'angle $H\hat{D}C$?

Dans le triangle HDC, rectangle en C, on peut faire de la trigonométrie :

$$\tan(HDC) = \frac{HC}{DC} = \frac{3}{4}$$

On utilise la calculatrice et on trouve :

$$H\hat{D}C \approx 37°$$

3) Calculer la valeur (à 1° près) de l'angle $B\hat{H}D$?

Les angles BHD et HDC sont supplémentaires (leur somme est égale à 180°).

Par ailleurs, la somme des angles dans un triangle étant égale à 180°, on peut déterminer la mesure de l'angle DHC : 180-(90+37) soit environ 53°

Ainsi : l'angle BHD mesure environ 180°-53°, c'est-à-dire 127°

Partie II (6 points)

1) *a*) Démontrer que la surface au sol du cagibi en fonction de *x*, s'écrit sous la forme

$f(x) = 2x$

Le cagibi est un triangle rectangle, dont les côtés adjacents à l'angle droit mesurent 4 m et *x* m.

Son aire est égale à : $\frac{4 \times x}{2} = 2x$

b) Démontrer que la surface au sol du séjour en fonction de *x*, s'écrit sous la forme

$g(x) = 48 - 2x$

L'aire du séjour peut s'obtenir en faisant la différence entre l'aire du rectangle ABCD et l'aire du cagibi.

Ainsi : $Aire(ABCD) - Aire(cagibi) = 12 \times 4 - 2x = 48 - 2x$

2) *a*) Quelle est la nature de la fonction *f* ?

C'est une fonction linéaire.

b) Tracer dans un repère (abscisse : 1 cm pour 0,5 unités et en ordonnées 1 cm pour 5 unités) les représentations graphiques des fonctions *f* et *g* pour *x* compris entre 0 et 10.

3) On veut que le séjour ait une surface de 35 m^2.
a) Lire sur le graphique la valeur de *x* pour que cette condition soit respectée.
b) Ecrire une équation qui traduise que la surface du séjour doit être égale à 35 m^2.

$48 - 2x = 35$

c) Résoudre cette équation.

$48 - 2x = 35$

$48 - 35 = 2x$

$13 = 2x$

$x = \frac{13}{2}$

$x = 6{,}5$

Cette équation a pour solution 6,5.

Partie III (3 points)

On réalise une maquette de cette pièce, avant la création du cagibi, à l'échelle 1/200

1) Rappeler ce que signifie "échelle 1/200".

Cela signifie que quelque chose qui mesure 1 sur la maquette mesure 200 en vrai.

Autrement dit, les mesures de la maquette sont 200 fois plus petite que la réalité.

2) Quelle sera, sur la maquette, la longueur du mur de 12 m ?

On divise la longueur réelle par 200 : $12m \div 200 = 0{,}06m = 6cm$

Le mur mesure 6 cm sur la maquette.

3) La surface réelle du séjour est de 48 m^2. Quelle est la surface du sol du séjour dans la maquette (en cm^2) ?

Sur la maquette, le séjour est un rectangle qui mesure 6 cm sur 2 cm (4 m en réalité donnent sur la maquette $4m \div 200 = 0{,}02m = 2cm$

Cela donne une surface au sol de $6\ cm \times 2\ cm = 12\ cm^2$.

4) *a)* Rappeler la formule qui permettrait de calculer le volume de cette pièce.

Cette pièce est un parallélépipède rectangle dont le volume est donné par :

$$V = longueur\ \times largeur\ \times hauteur$$

b) Sachant que le volume du séjour est 134,4 m^3, quelle est la hauteur de la pièce ?

$$V = 12 \times 4 \times hauteur = 48\ \times h = 134{,}4$$

Et donc :

$$h = 134{,}4\ \div 48 = 2{,}8\ m$$

La pièce a une hauteur de 2,8 m.