durée : 4 h **calculatrice autorisée**

Proposition de corrigé

Dans tout ce devoir, la qualité de la rédaction et le soin seront pris en compte dans la notation.

Les exercices pourront être traités dans l'ordre de votre choix.

Bien indiquer les numéros des exercices

Les élèves suivant l'enseignement de Spécialité rédigeront l'exercice qui leur est réservé sur une feuille à part.

***Exercice* 1** : /2,5 points

Commun à tous les candidats

Restitution organisée de connaissances

La formule donnant la dérivée du produit de deux fonctions dérivables est supposée connue ; pour rappel, on peut la décrire, pour u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I par :

pour tout $x \in I$, $\big(u(x)(v(x)\big)' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

On a énoncé ci-dessous deux propositions désignées par P et Q.
Dire pour chacune d'elles, si elle est vraie ou fausse et justifier.

Dans cet exercice n désigne un entier naturel strictement supérieur à 1.

* P : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^n$; alors f est dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée f' donnée sur $\mathbb{R}$ par : $f'(x) = nx^{n-1}$.

  Démontrons cette propriété par récurrence : pour n entier strictement supérieur à 1, on pose : $P(n)$: « $(x^n)' = nx^{n-1}$ »

  initialisation : pour $n = 2$: $(x^2)' = 2x$; la propriété est vérifiée.

  hérédité : supposons que $P(n)$ est vraie. Nous allons montré que $P(n+1)$ est alors vraie.

  $\left(x^{n+1}\right)' = (x^n \times x)' = (x^n)' \times x + x^n \times 1$ en appliquant la formule du produit d'une dérivée.

  Cela donne alors, en appliquant la propriété $P(n)$: $\left(x^{n+1}\right)' = nx^{n-1} \times x + x^n = nx^n + x^n = (n+1)x^n$; cette dernière relation veut exactement dire que $P(n+1)$ est vraie ; la propriété est héréditaire.

  conclusion : $P(2)$ est vraie et : pour $n > 1$, si $P(n)$ est vraie, alors $P(n+1)$ est vraie ; cela montre que pour tout nombre entier strictement supérieur à 1, $P(n)$ est vraie.

* Q : Soit u une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f = u^n$; alors f est dérivable sur $\mathbb{R}$, de dérivée f' donnée par $f' = nu^{n-1}$.

  Cette relation est fausse ; utilisons un contre exemple pour le montrer.

  Soit $f(x) = (2x+1)^2$; d'une part, $f'(x) = \left(4x^2 + 4x + 1\right)' = 8x + 4$

  D'autre part, en utilisant la formule proposée, $f'(x) = 2 \times (2x+1)^1 = 4x + 2$; ceci est inexact.

  La proposition Q est fausse.

***Exercice* 2** : /2,5 points

Commun à tous les candidats

On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par

$$P(z) = z^3 - \left(2+\mathrm{i}\sqrt{2}\right)z^2 + 2\left(1+\mathrm{i}\sqrt{2}\right)z - 2\mathrm{i}\sqrt{2}.$$

1. Montrer que le nombre complexe $z_0 = \mathrm{i}\sqrt{2}$ est solution de l'équation $P(z) = 0$.

$P\left(\mathrm{i}\sqrt{2}\right) = \left(\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^3 - \left(2+\mathrm{i}\sqrt{2}\right)\left(\mathrm{i}\sqrt{2}\right)^2 + 2\left(1+\mathrm{i}\sqrt{2}\right)\left(\mathrm{i}\sqrt{2}\right) - 2\mathrm{i}\sqrt{2} =$
$-2\mathrm{i}\sqrt{2}+4+2\mathrm{i}\sqrt{2}+2\mathrm{i}\sqrt{2}-4-2\mathrm{i}\sqrt{2}=0 \iff \mathrm{i}\sqrt{2}$ est solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z)=0$.

2. **a.** Déterminer les réels a et b tels que $P(z) = \left(z-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$.

Développons : $\left(z-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right) = z^3+az^2+bz-z^2\mathrm{i}\sqrt{2}-az\mathrm{i}\sqrt{2}-b\mathrm{i}\sqrt{2} = z^3+\left(a-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)z^2+\left(b-a\mathrm{i}\sqrt{2}\right)z-b\mathrm{i}\sqrt{2}$.

Par identification avec l'énoncé, on obtient :

$$\left\{\begin{array}{lcl} a-\mathrm{i}\sqrt{2} & = & -2-\mathrm{i}\sqrt{2} \\ b-a\mathrm{i}\sqrt{2} & = & 2+2\mathrm{i}\sqrt{2} \\ -b\mathrm{i}\sqrt{2} & = & -2\mathrm{i}\sqrt{2} \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} a & = & -2 \\ b+2\mathrm{i}\sqrt{2} & = & 2+2\mathrm{i}\sqrt{2} \\ -b & = & -2 \end{array}\right. \iff$$

$$\left\{\begin{array}{lcl} a & = & -2 \\ b & = & 2 \\ b & = & 2 \end{array}\right.$$

On a donc $P(z) = \left(z-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)\left(z^2-2z+2\right)$

b. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

En utilisant la factorisation précédente :

$$P(z)=0 \iff \left(z-\mathrm{i}\sqrt{2}\right)\left(z^2-2z+2\right) \iff \left\{\begin{array}{lcl} z-\mathrm{i}\sqrt{2} & = & 0 \\ z^2-2z+2 & = & 0 \end{array}\right.$$

On retrouve la racine $\mathrm{i}\sqrt{2}$; résolution de l'équation du second degré :

$z^2-2z+2=0 \iff (z-1)^2-1+2=0 \iff (z-1)^2+1=0 \iff$

$$(z-1)^2=-1 \iff (z-1)^2=\mathrm{i}^2 \iff \left\{\begin{array}{lcl} z-1 & = & \mathrm{i} \\ z-1 & = & -\mathrm{i} \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} z & = & 1+\mathrm{i} \\ z & = & 1-\mathrm{i} \end{array}\right.$$

Les solutions sont donc : $\mathrm{i}\sqrt{2}$, $\quad 1+\mathrm{i}$, $\quad 1-\mathrm{i}$.

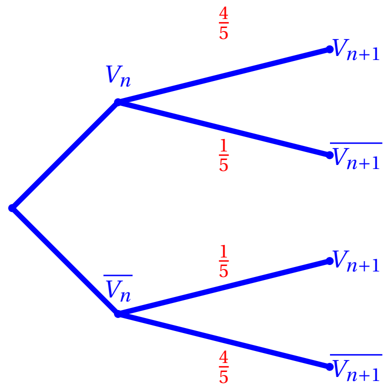
***Exercice* 3** : /4 points

Commun à tous les candidats

Dans un pays imaginaire, la probabilité qu'un habitant transmette fidèlement une information reçue est de $\dfrac{4}{5}$, celle qu'il dise exactement le contraire est de $\dfrac{1}{5}$.

Un jour, une certaine information, vraie à l'origine, se répand de bouche à oreille parmi les habitants de ce pays. On désigne par V_n l'évènement « l'information transmise par la n^{ieme} personne est vraie » et on note p_n la probabilité de V_n.

1. **a.** Illustrer la transmission de l'information au stade des n^{ieme} et $n+1^{ième}$ personnes, par un arbre de probabilités , tel que celui ci-dessous à compléter.



b. Justifier que $p_1 = \dfrac{4}{5}$ et montrer que $p_{n+1} = \dfrac{3}{5}p_n + \dfrac{1}{5}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

p_1 est la probabilité que la première transmission soit vraie. L'information au départ étant vraie, on a une probabilité de $\dfrac{4}{5}$ qu'elle soit vraie à l'issue de la première transmission ; on a bien $p_1 = \dfrac{4}{5}$.

En utilisant l'arbre précédent, grâce à la formule des probabilités totales, on peut écrire :

$$P(V_{n+1}) = P(V_{n+1} \cap V_n) + P(V_{n+1} \cap \overline{V_n})$$

Cela donne :

$$\begin{array}{rcl} P(V_{n+1}) & = & P(V_n) \times P_{V_n}(V_{n+1}) + P(\overline{V_n}) \times P_{\overline{V_n}}(V_{n+1}) \\ p_{n+1} & = & p_n \times \dfrac{4}{5} + (1 - p_n) \times \dfrac{1}{5} \\ & = & \dfrac{4}{5}p_n - \dfrac{1}{5}p_n + \dfrac{1}{5} \\ & = & \dfrac{3}{5}p_n + \dfrac{1}{5} \end{array}$$

2. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = p_n - \dfrac{1}{2}$

a. Montrer que la suite (u_n) est géométrique.

$$\begin{array}{rcl} u_{n+1} & = & p_{n+1} - \dfrac{1}{2} \\ & = & \dfrac{3}{5}p_n + \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{2} \\ & = & \dfrac{3}{5}(u_n + \dfrac{1}{2}) + \dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{2} \\ & = & \dfrac{3}{5}u_n + \dfrac{3}{10} + \dfrac{2}{10} - \dfrac{5}{10} \\ & = & \dfrac{3}{5}u_n \end{array}$$

La suite (u_n) est donc géométrique de raison $\dfrac{3}{5}$.

b. En déduire l'expression de (p_n) en fonction de n.

Le premier terme de la suite (u_n) est $u_1 = p_1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{4}{5} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{8-5}{10} = \dfrac{3}{10}$

On a donc : $u_n = \dfrac{3}{10}\left(\dfrac{3}{5}\right)^{n-1} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{5}\right)^n$

On trouve alors : $p_n = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{5}\right)^n + \dfrac{1}{2}$

c. Calculer $\lim p_n$ et interpréter. *question oubliée dans la consigne, mais qui est le but du travail proposé !*

Comme $-1 < \frac{3}{5} < 1$, on sait que la suite $\left(\frac{3}{5}\right)^n$ tend vers 0.

On a donc $\lim p_n = \frac{1}{2}$

On peut dire qu'après de nombreuses transmissions, la probabilité que l'information soit vraie est proche de $\frac{1}{2}$.

***Exercice* 4** : /3 points

Commun à tous les candidats

Partie A

On dispose d'une partie de programme présenté sous la forme d'un algorithme :

```
Variables :
      n, p, k : entiers naturels ;
Début :
      Entrer (n);
      Entrer (p);
      k ← 0;
      TantQue P(X ≤ k) ≤ 0,025
            Faire k ← k+1;
      FinTantQue;
Fin
```

On vous indique que X est une variable aléatoire suivant la loi binomiale de paramètres n et p.

1. **a.** A quoi correspondent les valeurs N et P demandées à l'utilisateur au début du programme ?

   Ce sont les paramètres de la loi binomiale considérée.

   b. A quoi correspond la valeur de K à la fin du programme ?

   K est la borne inférieure de l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 %. En effet, dès qu'on dépasse une probabilité cumulée de 2,5 %, on retient cette valeur (et on ne retient pas les valeurs précédentes).

2. Réécrire l'algorithme pour qu'il calcule les deux bornes de l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la loi binomiale de paramètres n et p.

```
Variables :
      n, p, k : entiers naturels ;
Début :
      Entrer (n);
      Entrer (p);
      k ← 0;
      i ← 0;
      TantQue P(X ≤ k) ≤ 0,025
            Faire k ← k+1;
      FinTantQue;
      TantQue P(X ≤ i) ≤ 0,975
            Faire i ← i+1;
      FinTantQue;
      Afficher "borne inférieure de l'intervalle de fluctuation : " k;
```

```
        Afficher "borne supérieure de l’intervalle de fluctuation : " i;
    Fin
```

Partie B

On vous indique que les gauchers représentent 12 % des personnes en règle générale.

Sur les 50 premiers joueurs de tennis au classement ATP, 3 sont gauchers. D'après ces données, on se demande si les gauchers sont plutôt favorisés au tennis, ou spécialement défavorisés.

On note G la variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètre 0,12 et 50.

1. Expliquer en quoi G est utile pour répondre au problème posé.

   G permet de répéter 50 essais indépendants où la probabilité de succès à chaque fois est égale à 0,12 : cela simule le fait de comptabiliser parmi 50 personnes le nombre de gauchers, si on procède de manière aléatoire.

2. Calculer *(les valeurs seront arrondies au millième)* :
   a. $P(G \leqslant 1) \approx 0,013$
   b. $P(G \leqslant 2) \approx 0,051$
   c. $P(G \leqslant 10) \approx 0,967$
   d. $P(G \leqslant 11) \approx 0,986$
3. En utilisant les résultats précédents, répondre à la question initiale sur la présence de 3 joueurs gauchers parmi les 50 premiers au classement ATP.

A première vue, comme la fréquence de gauchers parmi les 50 meilleurs tennismen (fréquence égale à $\frac{3}{50} = 6\%$) est moins élevée que la proportion de gauchers (égale à 12 %), on peut penser que les gauchers sont spécialement défavorisés (ou pas doués) au tennis.

D'après les calculs précédents, l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % d'une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,12$ est $[2 ; 11]$: ce qui signifie qu'en prenant 50 personnes au hasard, dans 95 % des cas, on aura entre 2 et 11 gauchers si cet échantillon est conforme au modèle consistant à dire que les gauchers représentent 12 % de la population.

3 faisant partie de cet intervalle, rien ne nous permet de dire que trouver 3 gauchers dans un groupe de 50 personnes est « anormal », et rien ne permet de dire que les gauchers sont spécialement défavorisés au tennis d'après les données dont on dispose.

***Exercice* 5** : /3 points

Commun à tous les candidats

Sur une route de montagne étroite, on considère qu'il y a deux types de risques majeurs :

– la collision avec un autre véhicule (risque 1) ;

– la chute d'une pierre sur votre véhicule (risque 2).

Le but de cet exercice est de déterminer la vitesse qui minimise les risques sur une route de montagne.

Nous allons **modéliser** les deux risques présentés :

– on considère que le risque 1 est proportionnel à la vitesse de votre véhicule (cette modélisation traduit le fait que plus on roule vite, plus le risque de collision est grand).

– on considère que le risque 2 est inversement proportionnel à la vitesse de votre véhicule, c'est-à-dire proportionnel à $\frac{1}{v}$ en notant v la vitesse du véhicule (cette modélisation traduit le fait que plus on roule doucement, plus la durée dans la zone dangereuse est grande, ce qui accroît le risque de recevoir une pierre).

On considérera des vitesses allant de 10 km/h au minimum, à 90 km/h au maximum.

On veut modéliser le risque global ; ce risque global est la somme du risque de type 1 et du risque de type 2.

Par ailleurs, on souhaite que ce risque global ait des valeurs comprises entre 0 et 100 : 0 serait un risque nul, et 100 le risque maximum. On impose que le risque soit égal à 100 pour les vitesses de 10 km/h et de 90 km/h.

1. Si on note r la fonction « risque global », justifiez que cette fonction est de la forme : $r(v) = av + \frac{b}{v}$ pour la modélisation présentée précédemment.

Remarquons tout d'abord que dans ce modèle, le risque dépend de v ; c'est pourquoi on le note $r(v)$: **le risque est une fonction de** v.

Ce risque est la somme du risque de type 1 (r_1) et du risque de type 2 (r_2) : $r(v) = r_1(v) + r_2(v)$

D'après la modélisation : $r_1(v) = a \times v$ (risque proportionnel à la vitesse) et $r_2(v) = \frac{b}{v}$ (risque inversement proportionnel à la vitesse).

Ainsi : $r(v) = a \times v + \frac{b}{v}$, pour des valeurs de $v \in [10;90]$

2. Vérifiez qu'une telle modélisation est possible : pour cela, vous exprimerez explicitement la fonction risque (qui a pour variable la vitesse) et vous vérifierez que pour des vitesses comprises entre 10 km/h et 90 km/h, le risque est compris entre 0 et 100.
Toute trace de recherche pertinente sera valorisée pour cette question.

Il faut déterminer les valeurs des paramètres a et b ; on nous indique : $r(10) = r(90) = 100$ ce qui donne :

$a \times 10 + \frac{b}{10} = 100$ et $a \times 90 + \frac{b}{90} = 100$

C'est un système de deux équations à deux inconnues ; en multipliant la première relation par 9 et en soustrayant les deux égalités, on obtient :

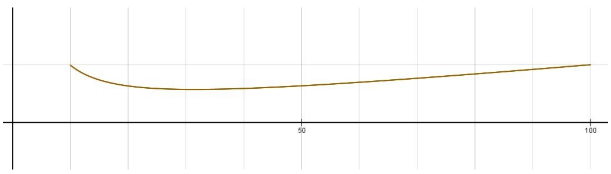
$\frac{9b}{10} - \frac{b}{90} = 900 - 100$ ce qui donne : $b = 800 \times \frac{90}{80} = 900$

On obtient ensuite : $10a = 100 - \frac{b}{10}100 - 90 = 10$ et donc $a = 1$

Ainsi, $\boxed{r(v) = v + \frac{900}{v}}$ pour $v \in [10;90]$

Reste à savoir si cette fonction est bien comprise entre 0 et 100.

On peut faire une représentation graphique :



Cette représentation graphique laisse penser que la fonction risque est bien comprise entre 0 et 100. Il faut maintenant le prouver par une étude de fonction rapide.

La fonction r est dérivable sur $[10;90]$ et a pour dérivée : $r'(v) = 1 - \dfrac{900}{v^2}$

La résolution de $r'(v) > 0$ (pour $v \in [10;90]$) donne $v^2 > 900$ soit $v > 30$.

De même, (pour $v \in [10;90]$) $r'(v) < 0$ donne $v < 30$.

Ainsi, la fonction r est décroissante sur $[10;30]$ puis croissante sur $[30;100]$; **elle admet un minimum en 30** qui est supérieur à 0.

La fonction risque définie par $r(v) = v + \dfrac{900}{v}$, pour $v \in [10;90]$ répond bien à la modélisation demandée.

3. Déterminez la vitesse qui minimise le risque avec ce modèle.

Nous conseillons donc aux conducteurs de rouler à une vitesse de 30 km/h avec ce modèle.

Le risque sera alors égal à : $r(30) = 30 + \dfrac{900}{30} = 60$ sur une échelle où 100 représente le risque maximal.

***Exercice* 6** : /2,5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. Prouver que pour tout x de $\mathbb{R}^+$, $e^x \geqslant \dfrac{x^2}{2}$

la propriété demandée n'est pas exacte sur $\mathbb{R}$ tout entier ! On va la démontrer sur $[0\,;\,+\infty[$, noté $\mathbb{R}^+$

On va prouver que pour tout x de $\mathbb{R}^+$, $e^x \geqslant \dfrac{x^2}{2}$.

On pose $g(x) = e^x - \dfrac{x^2}{2}$: cette fonction est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, et $g'(x) = e^x - x$

Pour connaître le signe de cette fonction, on peut à nouveau la dériver : $g''(x) = e^x - 1$

On connaît le signe de cette expression (par connaissance de la fonction exponentielle) :
* pour $x > 0$, $e^x - 1 > 0$: $g'(x)$ est donc croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

Par ailleurs, $g'(0) = e^0 - 0 = 1$ donc $g'(x) > 0$ sur $\mathbb{R}^+$; cela signifie que la fonction g est croissante sur $\mathbb{R}^+$

Comme $g(0) = e^0 - \dfrac{0^2}{2} = 1$, on peut donc conclure (par croissance de la fonction g) que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$, $g(x) > 0$ et donc que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$, $e^x \geqslant \dfrac{x^2}{2}$

2. En déduire que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

Comme $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{2} = +\infty$ et que (pour $x > 0$), $\dfrac{e^x}{x} \geqslant \dfrac{x}{2}$, par le théorème de comparaison, on conclut que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

Exercice 7 : /2,5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Pour les questions suivantes, donnez la réponse en la justifiant soigneusement.

1. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$

Pour $n>0$, on a : $-\dfrac{1}{n} \leqslant \dfrac{(-1)^n}{n} \leqslant \dfrac{1}{n}$

Or, $\lim\limits_{n\to+\infty} -\dfrac{1}{n} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$

Par le théorème d'encadrement, on conclut que $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{(-1)^n}{n} = 0$

2. $\lim\limits_{n\to+\infty} n+(-1)^n$

Pour $n \geqslant 0$, on a : $n+(-1)^n \geqslant n-1$

Or, $\lim\limits_{n\to+\infty} n-1 = +\infty$; par le théorème de comparaison, on conclut que $\lim\limits_{n\to+\infty} n+(-1)^n = +\infty$

3. $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2+3n-1}{5-n^2}$

$$\frac{n^2+3n-1}{5-n^2} = \frac{n^2\left(1+\frac{3}{n}-\frac{1}{n^2}\right)}{n^2\left(\frac{5}{n^2}-1\right)} = \frac{1+\frac{3}{n}-\frac{1}{n^2}}{\frac{5}{n^2}-1}$$

Or, $\lim\limits_{n\to+\infty} 1+\dfrac{3}{n}-\dfrac{1}{n^2} = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{5}{n^2}-1 = -1$

Par quotient, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{n^2+3n-1}{5-n^2} = -1$

4. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x}-e^x}{x}$

$$\frac{e^{2x}-e^x}{x} = e^x\frac{e^x-1}{x}$$

Or, $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^x-1}{x} = 1$ (résultat du cours) et $\lim\limits_{x\to0} e^x = e^0 = 1$

Par produit, $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{2x}-e^x}{x} = 1$

5. $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x\dfrac{x+1}{x^2-1}$

$$e^x\frac{x+1}{x^2-1} = e^x\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x^2\left(1-\frac{1}{x^2}\right)} = \frac{e^x}{x}\,\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x^2}}$$

Or, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$ (par croissances comparées) et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x^2}} = 1$

Par produit, on conclut que $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x\dfrac{x+1}{x^2-1} = +\infty$

***Exercice* 8** : /5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité : exercice à rédiger sur feuille à part

Toutes les questions sont indépendantes.

1. Montrer que $2n^2 + n + 2 \equiv 0$ [5] équivaut à $n \equiv 1$ [5].

2. Soit N une matrice telle que $N^2 = I + 2N$ où I est la matrice identité.

   Bob dit qu'en exprimant $N^2 - 2N$ de deux façons, il peut affirmer que N est inversible.

   Qu'en pensez-vous ?

3. Soient A et B deux matrices carrées telles que les produits matriciels $A \times B$ et $B \times A$ sont égaux à la matrice nulle, que l'on notera O.

   Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $(A+B)^n = A^n + B^n$

   On prendra soin de bien rédiger et de détailler toutes les étapes de calcul nécessaires.

4. n est un entier relatif.

   Pour quelles valeurs de n la fraction $\dfrac{5n+3}{3n+4}$ est-elle un entier relatif aussi ?

5. Quel est le reste dans la division euclidienne de 1789^{2014} par 17 ?

   Justifier votre réponse.