

GRENOBLE

Troisième exercice

Séries autres que S

Dominos dans un carré

Énoncé

Si a et b sont deux entiers naturels non nuls, on appelle domino de taille $a \times b$ un rectangle dont les longueurs des côtés sont a et b .

Une grille carrée de côté n est un quadrillage dont les n^2 cases sont des carrés de côté 1.

On dira qu'une grille carrée contient k dominos de taille $a \times b$ si on peut placer sans chevauchement ni dépassement k dominos de taille $a \times b$ sur cette grille (les sommets des dominos devant être placés sur les sommets des cases).

1. Dans cette partie, on utilise exclusivement des dominos de taille 1×2 .
 - a) Combien de dominos (au maximum), la grille carrée de côté 3 peut-elle contenir ?
 - b) Existe-t-il une grille carrée qui peut contenir un nombre impair de dominos mais pas un de plus ?
2. Dans cette partie, on utilise exclusivement des dominos de taille 3×4 .
 - a) Quelle est la plus petite grille carrée qui peut contenir au moins 21 dominos ?
 - b) Cette grille peut-elle contenir 22 dominos ?
3. Dans cette partie, on utilise exclusivement des dominos de taille 16×21 .
 - a) Montrer que la grille carrée de côté 58 peut contenir 9 dominos.
 - b) Cette grille peut-elle contenir 10 dominos ?

GRENOBLE

Troisième exercice

Séries autres que S

Dominos dans un carré

Énoncé

Si a et b sont deux entiers naturels non nuls, on appelle domino de taille $a \times b$ un rectangle dont les longueurs des côtés sont a et b .

Une grille carrée de côté n est un quadrillage dont les n^2 cases sont des carrés de côté 1.

On dira qu'une grille carrée contient k dominos de taille $a \times b$ si on peut placer sans chevauchement ni dépassement k dominos de taille $a \times b$ sur cette grille (les sommets des dominos devant être placés sur les sommets des cases).

1. Dans cette partie, on utilise exclusivement des dominos de taille 1×2 .
 - a) Combien de dominos (au maximum), la grille carrée de côté 3 peut-elle contenir ?
 - b) Existe-t-il une grille carrée qui peut contenir un nombre impair de dominos mais pas un de plus ?
2. Dans cette partie, on utilise exclusivement des dominos de taille 3×4 .
 - a) Quelle est la plus petite grille carrée qui peut contenir au moins 21 dominos ?
 - b) Cette grille peut-elle contenir 22 dominos ?
3. Dans cette partie, on utilise exclusivement des dominos de taille 16×21 .
 - a) Montrer que la grille carrée de côté 58 peut contenir 9 dominos.
 - b) Cette grille peut-elle contenir 10 dominos ?