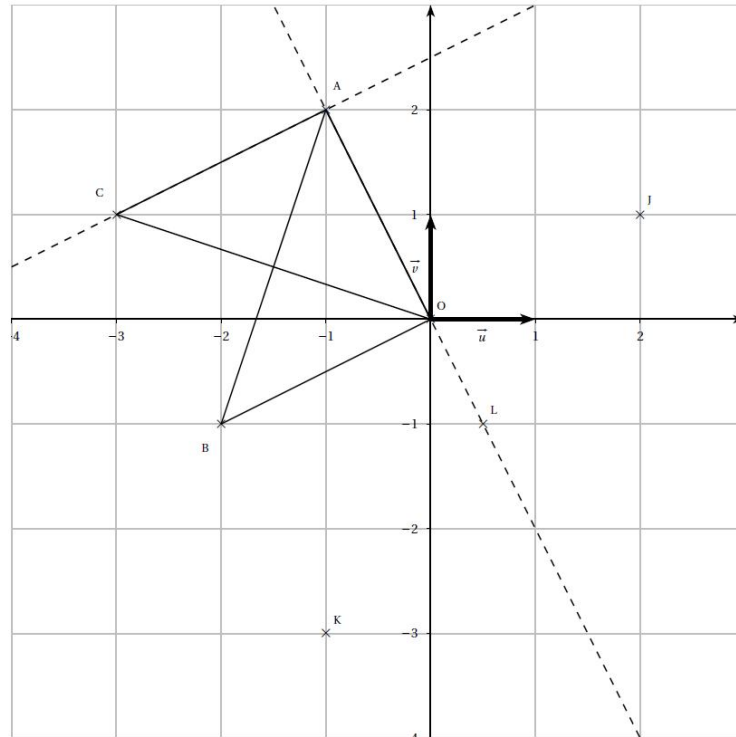


Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On réalisera sur une feuille de papier millimétré une figure en prenant pour unité 2 cm. On complètera cette figure au fur et à mesure des questions.

1. Ici la figure :



2. On a:

$$\frac{b}{a} = \frac{-2-1}{-1+2i} = \frac{(-2-1)(-1-2i)}{1^2+2^2} = \frac{2+4i+1-2}{5} = 1.$$

On en déduit :

$$- \frac{OB}{OA} = \left| \frac{b-0}{a-0} \right| = |1| = 1, \text{ d'où } OA = OB;$$

$$-\left(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right) = \arg\left(\frac{b-0}{a-0}\right) = \arg(1) = \frac{\pi}{2} \quad (2\pi).$$

Les deux points précédents permettent de conclure que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O .

3. a. L'affixe de C' est : $c' = \frac{-3+1+1-2i}{-3+1+2+i} = \frac{-2-i}{-1+i} = 1$ (calcul fait plus haut).

b. On a :

$$\begin{aligned} M \in \mathcal{E} &\iff z \neq b \text{ et } |z'| = 1 \\ &\iff z \neq b \text{ et } \left| \frac{z-a}{z-b} \right| = 1 \\ &\iff M \neq B \text{ et } \frac{AM}{BM} = 1 \end{aligned}$$

L'ensemble $\mathcal{E}$ est donc la médiatrice du segment $[AB]$.

c. $C \in \mathcal{E}$ car $c' = i$, donc $|c'| = 1$.

De même $O \in \mathcal{E}$ car $OA = OB$ (le triangle OAB est isocèle en O). La médiatrice $\mathcal{E}$ n'est donc rien d'autre que la droite (OC) .