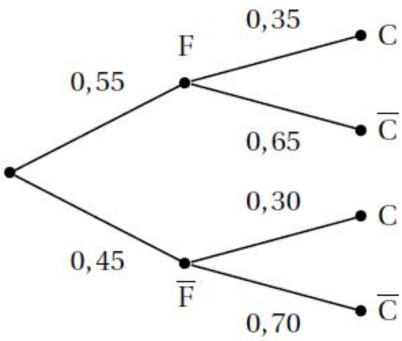
Proposition de corrigé

1. Notons :
– F l'évènement « l'élève choisi est une fille » ;
– C l'évènement « l'élève choisi déjeune à la cantine ».
D'après l'énoncé :

$$p(F) = 0{,}55 \qquad p_F(C) = 0{,}35 \qquad p_{\overline{F}}(C) = 0{,}30.$$

On peut dresser l'arbre suivant :



On a alors :

$$p\left(\overline{C}\right) = 1 - p(C) = 1 - (0{,}55 \times 0{,}35 + 0{,}45 \times 0{,}30) = 0{,}6725.$$

2. Y suit la loi $\mathscr{B}\left(20\,,\ \frac{1}{5}\right)$, donc :

$$\begin{aligned}
p(Y \geqslant 2) &= 1 - p\left(\overline{Y < 2}\right) \\
&= 1 - \left[p(Y = 0) + p(Y = 1)\right] \\
&= 1 - \left[\binom{20}{0}\left(\frac{1}{5}\right)^0\left(\frac{4}{5}\right)^{20} + \binom{20}{1}\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(\frac{4}{5}\right)^{19}\right] \\
&= 1 - \left[\frac{4^{20} + 20 \times 4^{19}}{5^{20}}\right] \\
&\simeq 0{,}931 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}
\end{aligned}$$

3. L'évènement « l'appareil présente au moins l'un des deux défauts » est l'évènement $A \cup F$.
On a : $p(A \cup F) = p(A) + p(F) - p(A \cap F)$, et comme A et F sont indépendants, cela donne :
$p(A \cup F) = p(A) + p(F) - p(A)p(F)$ d'où l'équation :

$$\begin{aligned}
0{,}069 = 0{,}02 + p(F) - 0{,}02p(F) &\iff 0{,}049 = 0{,}98p(F) \\
&\iff p(F) = \frac{0{,}049}{0{,}98} \\
&\iff p(F) = 0{,}05.
\end{aligned}$$

4. L'algorithme affiche le nombre de fois où le tirage aléatoire d'un numéro entre 1 et 7 donne un résultat strictement supérieur à 5 lors de 9 tirages. On peut assimiler ces 9 tirages indépendants à un schéma de Bernoulli où l'évènement « succès » est « le numéro obtenu est strictement supérieur à 5 », alors la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = \dfrac{2}{7}$ (probabilité qu'un nombre entier entre 1 et 7 soit strictement supérieur à 5).