

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les trois points A, B et C de coordonnées respectives :

A(-1 ; 2 ; 1), B(1 ; -6 ; -1) et C (2 ; 2 ; 2).

1. a. Vérifier que les points A, B et C définissent bien un plan.

b. Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

c. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

2. Soit P le plan d'équation : $x - y + z - 4 = 0$.

a. Montrer que les plans (ABC) et P sont sécants.

b. Soit D la droite intersection des plans P et (ABC). Déterminer une représentation paramétrique de la droite D .

3. On considère la sphère S de centre $\Omega(3 ; 1 ; 3)$ et de rayon 3 et on nomme I le point de coordonnées (2 ; -1 ; 1). On admet que la droite D a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = t, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

a. Montrer que le point I appartient à la droite D .

b. Montrer que le point I appartient à la sphère S .

c. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Montrer que la droite D coupe la sphère S en un deuxième point.