

Énoncé :

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle (ou pavé droit).

I est le point de [EF] tel que $EI = \frac{2}{5} EF$; J est le milieu de [FG].

1. Déterminer et tracer l'intersection des plans (AIJ) et (ABC).
2. Déterminer et tracer la section du pavé droit par le plan (AIJ). Quelle est la nature du polygone obtenu ?

Méthode : pour déterminer une droite (d) d'intersection de deux plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$, on peut :

- déterminer un point commun aux deux plans ;
- déterminer une droite parallèle grâce à la propriété : « Si deux plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{R}$ sont strictement parallèles, tout plan $\mathcal{S}$ qui coupe le plan $\mathcal{P}$ coupe le plan $\mathcal{R}$ et les droites d'intersection sont parallèles.

Solution :

1. I et J sont deux points communs aux plans (AIJ) et (EFG).

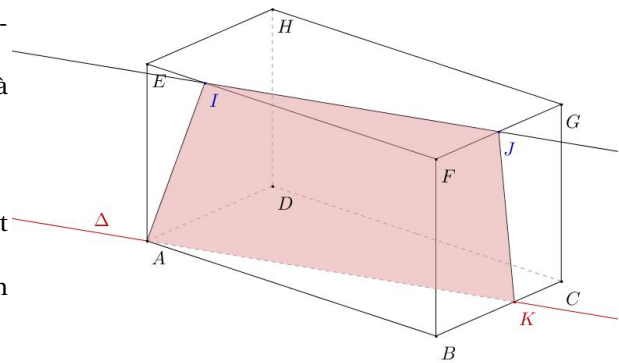
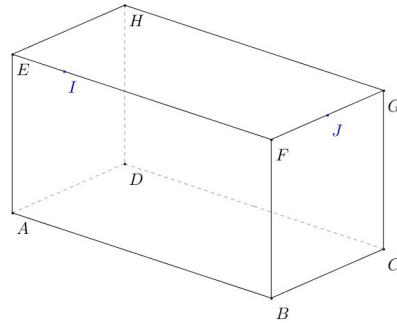
Ces deux plans ne sont pas confondus puisque $A \notin (EFG)$, donc ils sont sécants suivant la droite (IJ).

Comme ABCDEFGH est un pavé droit, les plans (EFG) et (ABC) sont parallèles. Or, si deux plans sont parallèles, tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et les droites d'intersection sont parallèles.

Le plan (AIJ) coupe donc le plan (ABC) suivant une droite Δ parallèle à (IJ).

Comme A est un point commun à (AIJ) et à (ABC), Δ est la parallèle à (IJ) passant par A.

2. Soit K le point d'intersection de Δ et de [BC].
La section de ABCDEFGH par le plan (AIJ) est le quadrilatère AIJK.
Comme (AK) et (IJ) sont parallèles, AIJK est un trapèze.



Énoncé :

SABCD est une pyramide dont la base est un carré. Déterminer l'intersection des plans (SBC) et (SAD).

Indication : on pourra penser à utiliser le théorème du toit.

Solution :

Ces deux plans possèdent S en commun : ils ne sont donc pas strictement parallèles.

Par ailleurs, ils ne sont pas confondus ($A \notin (SBC)$ par exemple).

Ils sont donc sécants suivant une droite Δ et cette droite passe par S.

De plus, la droite (BC) de (SBC) et la droite (AD) de (SAD) sont parallèles.

Par le théorème du toit, Δ est aussi parallèle à (AD) et (BC).

Ainsi, (SAD) et (SBC) sont sécants suivant la droite Δ parallèle à (BC) passant par S.

