

Chapitre 9

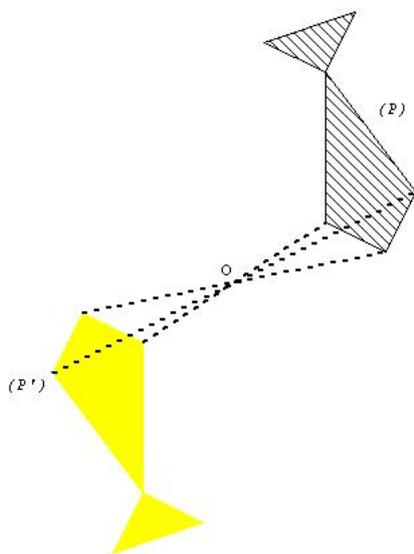
Symétrie centrale

I figures symétriques

définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point** si elles sont superposables par demi-tour autour de ce point.

Ce point est appelé le **centre de symétrie**.

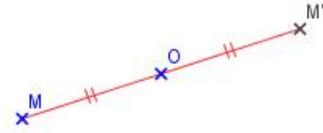


Les figures (\mathcal{P}) et (\mathcal{P}') sont symétriques par rapport au point O .
Le point O est le **centre de symétrie**.

II symétrie d'un point

II - 1) définition

Le **symétrique d'un point M par rapport à un point O** est le point M' tel que le point O est le milieu du segment $[MM']$.



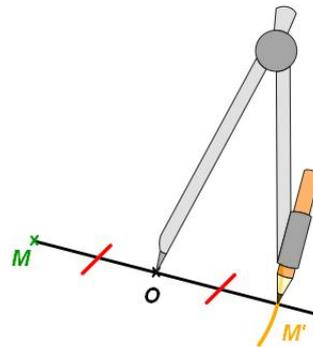
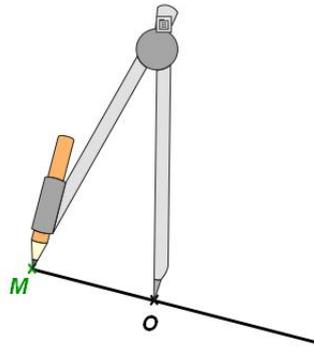
Le point O est le milieu du segment $[MM']$ signifie que les points M et M' sont symétriques par rapport au point O .

remarque : dans la symétrie de centre O , le symétrique du point O est lui-même.

II - 2) construction du symétrique d'un point

Pour construire le symétrique M' d'un point M par rapport à un point O :

1. on trace la demi-droite $[MO)$
2. on reporte à partir du point O la longueur MO
3. l'arc de cercle coupe la demi droite $[MO)$ en M'



remarques importantes :

* si deux points A et B sont symétriques par rapport à un point I , alors le point I est le milieu du segment $[AB]$.

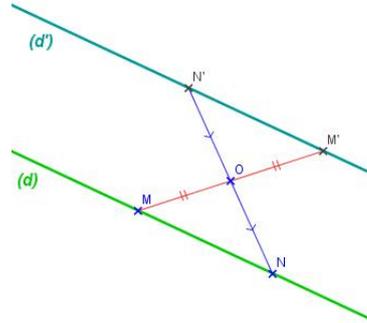
* si un point J est le milieu d'un segment $[CD]$, alors les points C et D sont symétriques par rapport au point J .

III propriétés de la symétrie centrale

III - 1) symétrique d'une droite

Symétrique de la droite (d) par rapport au point O : programme de construction

1. on prend deux points sur la droite (d) , peu importe lesquels ; nommons-les M et N .
2. on construit les symétriques de M et N par rapport à O : nommons-les M' et N' .
3. la symétrique de la droite (d) est la droite $(M'N')$



ici, les droites (d) et (d') sont parallèles.

propriété

Par la symétrie (centrale) de centre O , le symétrique de la droite (d) est une droite qui lui est **parallèle**.

III - 2) symétrique d'un segment

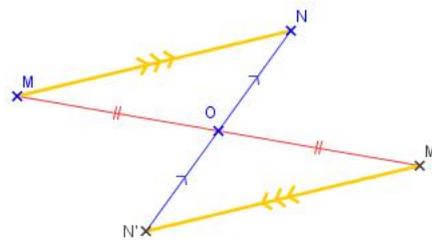
propriété n°1

Par la symétrie de centre O , le symétrique du segment $[MN]$ est un segment qui lui est **parallèle**.

propriété n°2

Par la symétrie de centre O , le symétrique du segment $[MN]$ est un segment qui a **la même longueur**.

On dit que la symétrie centrale **conserve les longueurs**.



ici, on a : $(MN) \parallel (M'N')$ et $MN = M'N'$

III - 3) symétrique d'un cercle

Le symétrique d'un **cercle** par rapport à un point O est un **cercle de même rayon**.

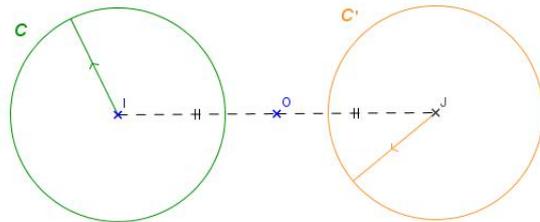
Les centres de ces cercles sont symétriques par rapport au point O .

exemple :

Les cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont symétriques par rapport au point O donc :

* les rayons des cercles (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}') sont égaux,

* le centre de (\mathcal{C}) a pour symétrique par rapport à O le centre de (\mathcal{C}') : les points I et J sont symétriques par rapport au point O .



III - 4) symétrique d'un polygone

propriété

Le symétrique d'un **polygone** par rapport à un point est un **polygone superposable**.

La symétrie centrale conserve la mesure des angles, les périmètres et les aires.

Symétrique d'un polygone par rapport au point O : programme de construction

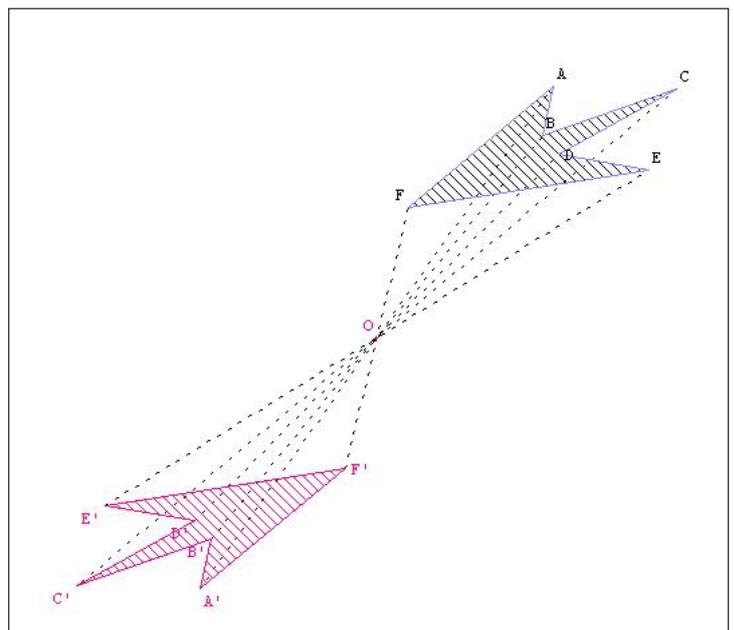
1. on construit les symétriques de chaque point qui définissent la figure. On les note avec un « ' ».
2. si A et B sont reliés dans la figure de départ, on relie A' et B' . On fait ainsi pour tous les segments.

Sur la figure ci-contre, le symétrique du polygone $ABCDEF$ par rapport au point O est le polygone $A'B'C'D'E'F'$

* Leurs **périmètres** et leurs **aires** sont égaux.

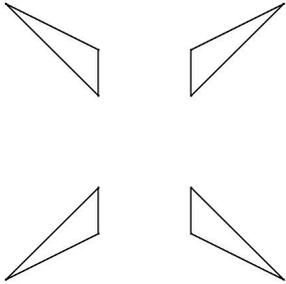
* Les **angles** \widehat{AFE} et $\widehat{A'F'E'}$ sont symétriques par rapport au point O .

Donc, $\widehat{AFE} = \widehat{A'F'E'}$

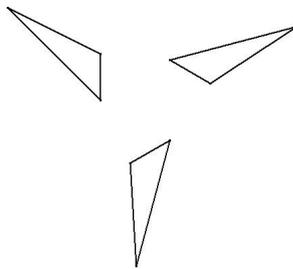


IV figure possédant un centre de symétrie

Lorsque le symétrique d'une figure par rapport à un point est elle-même, on dit que ce point est un **centre de symétrie** de la figure.



admet un **centre de symétrie**
admet deux **axes de symétrie**



n'admet pas de **centre de symétrie**
n'admet pas d'**axe de symétrie**



admet un **centre de symétrie**
n'admet pas d'**axe de symétrie**