

Chapitre 7

Proportionnalité

I situation de proportionnalité

I - 1) définition

On dit que deux quantités sont proportionnelles s'il existe un opérateur **multiplicatif** permettant de passer de l'une à l'autre.

exemple :

J'achète de la viande à 10€ le kilo.
Le prix payé et la quantité achetée sont proportionnels : on passe de la masse au prix en multipliant par 10.

masse (en kilogrammes)	2	0,5	3
prix (en €)	20	5	30

10 est le **coefficient de proportionnalité**.

I - 2) calculer une 4^{ème} proportionnelle

Il existe plusieurs techniques pour compléter un tableau de proportionnalité :

Complétons ce tableau de proportionnalité :

10	5	15
25		

a) par le coefficient de proportionnalité

On cherche l'opérateur multiplicatif qui permet de passer de la première à la seconde ligne :

$$\text{le nombre qui, multiplié par 10, donne 25 est } \frac{25}{10} : 10 \times \frac{25}{10} = 25$$

Le coefficient multiplicatif est égal $\frac{25}{10}$, c'est-à-dire 2,5.

Reste à faire : $5 \times 2,5 = 12,5$ et $15 \times 2,5 = 37,5$

b) par opérateur multiplicatif sur les colonnes

On cherche l'opérateur multiplicatif qui permet de passer de la première à la seconde colonne : c'est « $\times \frac{1}{2}$ » ou encore « $\div 2$ ».

Reste à faire : $25 \div 2 = 12,5$.

L'opérateur multiplicatif qui permet de passer de la première à la troisième colonne est : « $\times 1,5$ ».

Reste à faire : $25 \times 1,5 = 37,5$.

c) par « addition de colonnes »

Si on connaît les deux premières colonnes, la troisième colonne s'obtient en les « additionnant ».

Reste à faire : $25 + 12,5 = 37,5$.

d) par retour à l'unité

On peut chercher à placer « 1 » dans la première ligne :

10	5	15	1
25			2,5

L'opérateur multiplicatif qui permet de passer de 10 à 1 est « $\times \frac{1}{10}$ », soit encore « $\div 10$ ».

On fait donc $25 \div 10 = 2,5$. Il ne restera plus qu'à multiplier 5 et 15 par 2,5 pour avoir les valeurs cherchées.

II pourcentage

définition

Ecrire $a\%$ est une **notation** qui signifie : $\frac{a}{100}$.

Un pourcentage est une **fraction** dont le dénominateur est 100.

exemples : $52\% = \frac{52}{100} = 0,52$ $8,5\% = \frac{8,5}{100} = 0,085$ $152,3\% = \frac{152,3}{100} = 1,523$

II - 1) prendre le pourcentage d'une quantité

activité : 20 % des 25 élèves de la classe sont demi-pensionnaires. Combien y-a-t'il de demi-pensionnaires ?

Il s'agit de prendre $\frac{20}{100}$ de 25

On fait le calcul : $\frac{25}{100} \times 25 = \frac{25 \times 20}{100} = \frac{5 \times 5 \times 20}{5 \times 20} = 5$: il y a 5 demi-pensionnaires.

II - 2) exprimer une proportion en pourcentage

On exprime une proportion sous forme de fraction : l'exprimer en pourcentage revient à avoir comme dénominateur 100.

exemple : s'il y a 5 élèves sur 25 qui sont demi-pensionnaires, quel est le pourcentage ?

La proportion est : $\frac{5}{25}$.

Reste à mettre cette fraction sur 100 : $\frac{5}{25} = \frac{5 \times 4}{25 \times 4} = \frac{20}{100} = 20\%$: 20% des élèves sont des demi-pensionnaires.

III échelle

Une échelle permet de reproduire un objet en plus petit, **en conservant les proportions**.

exemples : cartes routières, maquette de voiture ...

Une échelle s'exprime sous la forme d'une fraction.

Par exemple, l'échelle $\frac{1}{20}$ signifie que quelque chose qui mesure 20 en réalité va mesurer 1 pour la maquette (*en utilisant les mêmes unités de longueur*).

Méthode : construire un tableau de proportionnalité, avec :

- dans la première ligne, les dimensions de la maquette,
 - dans la seconde ligne, les dimensions de l'objet réel.
- La première colonne exprime la valeur de l'échelle.

exemple : une échelle de $\frac{1}{20}$ est donné ;

grandeur de la maquette	1		
grandeur réelle	20		

Reste à compléter le tableau en fonction des besoins.