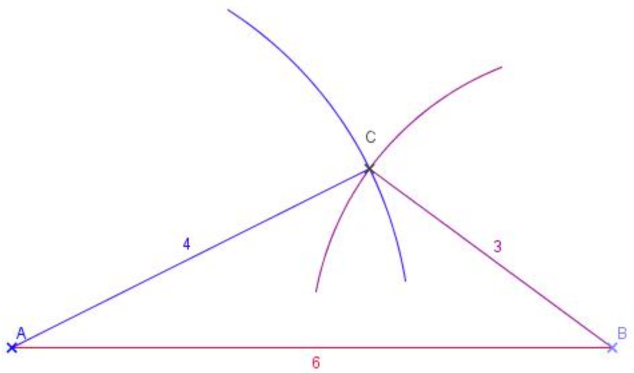
Chapitre 10

Triangles

I construction d'un triangle connaissant la longueur des trois côtés

Consigne :
Construis le triangle ABC avec :

- $AB = 6$ cm
- $AC = 4$ cm
- $BC = 3$ cm



II existe ou n'existe pas ?

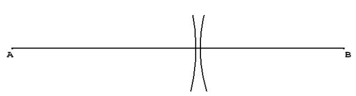
II - 1) activité

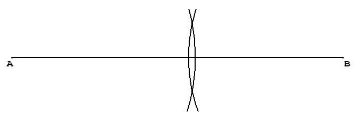
Consigne :
construis un triangle ABC avec :

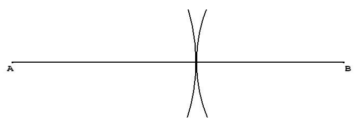
- $AB = 9$ cm
- $AC = 5$ cm
- $BC = 4$ cm

Remarques :

- ce triangle existe-t'il ou pas ?
- le réponse à la question ne doit pas dépendre de la qualité de la construction.
- il faut mettre en place une règle.







II - 2) règles

règle n°1

Pour qu'un triangle existe, il faut que **la somme des deux plus petites longueurs** soit **supérieure** à la longueur du troisième côté.

Cette règle s'appelle ***l'inégalité triangulaire***.

exemples :

* un triangle dont les côtés mesurent 7 cm, 4 cm et 5 cm existe : en effet, $4 + 5 > 7$.
* un triangle dont les côtés mesurent 7 cm, 4 cm et 2 cm n'existe pas : en effet, $4 + 2 < 7$.

règle n°2

Si **la somme des deux plus petites longueurs** est **égale** à la longueur du troisième côté, alors le **triangle est plat**.

C'est le cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire.

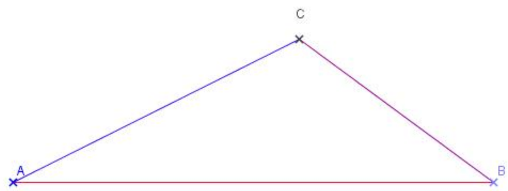
exemple : c'était le cas pour le triangle dont les côtés mesurent 9 cm, 5 cm et 4 cm car $4 + 5 = 9$

II - 3) propriété géométrique

le point C n'est pas sur le segment $[AB]$

revient à dire que

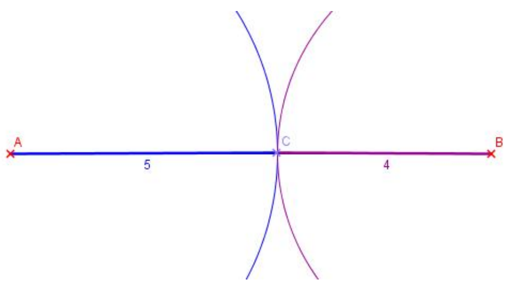
$AC + BC > AB$



le point C est sur le segment $[AB]$

revient à dire que

$AC + BC = AB$



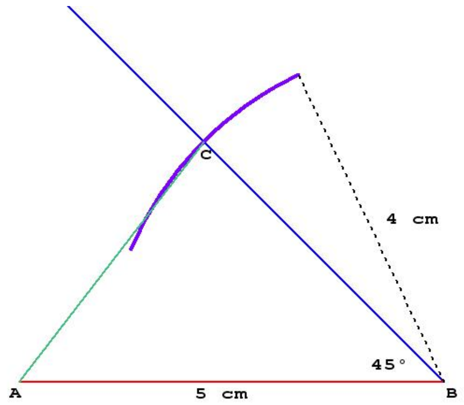
Remarque : l'inégalité triangulaire traduit le fait que le plus court chemin entre deux points est la ligne droite.

III autres constructions

III - 1) deux côtés et un angle

Construis le triangle ABC avec :

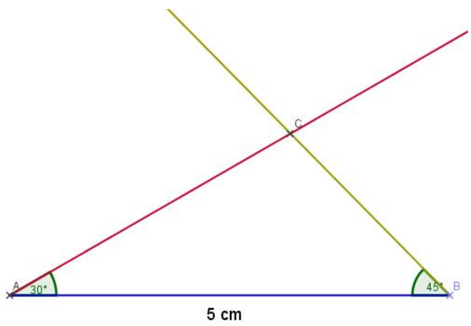
- $AB = 5$ cm
- $BC = 4$ cm
- $\widehat{ABC} = 45°$



III - 2) deux angles et un côté

Construis le triangle ABC avec :

- $AB = 5$ cm
- $\widehat{BAC} = 30°$
- $\widehat{ABC} = 45°$



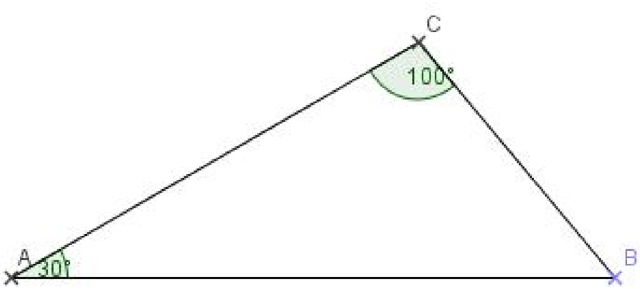
IV somme des angles

propriété

$\boxed{\text{\textit{la somme des angles} dans un triangle est égale à \textit{180°}.}}$

exemple :
si on sait que $\widehat{BAC} = 30°$, que $\widehat{ACB} = 100°$, on peut connaître la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$:

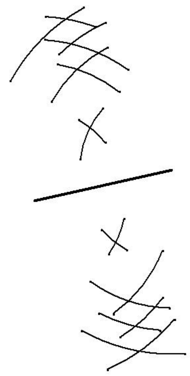
$$\begin{aligned}\widehat{CBA} &= 180 - (30 + 100) \\ &= 180 - 130 \\ &= 50°\end{aligned}$$



V médiatrice

V - 1) activité

1. tracer un segment $[AB]$.
2. construire un point situé à 4 cm de A et à 4 cm de B. (est-ce toujours possible ?)
3. construire d'autres points **équidistants** des extrémités du segment $[AB]$.



Qu'observe-t'on ?

réponse : l'ensemble des points équidistants aux points A et B (c'est-à-dire les points qui sont situés à la même distance de A et de B) sont alignés : ils forment une droite.

V - 2) définition

la **médiatrice** du segment $[AB]$ est l'ensemble des points **équidistants** à A et B.

remarque importante : l'ensemble de ces points forme une droite.

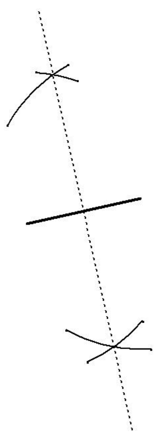
Autre formulation :

le point M est sur la médiatrice de $[AB]$

revient à dire

$$AM = MB$$

Construction :



V - 3) dans le triangle

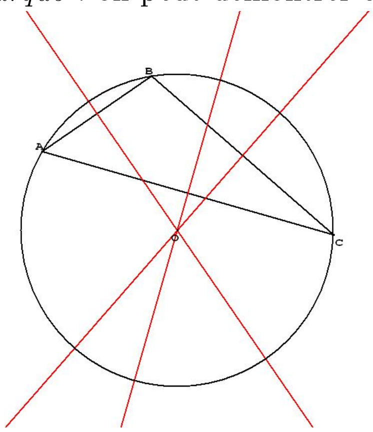
propriété 1

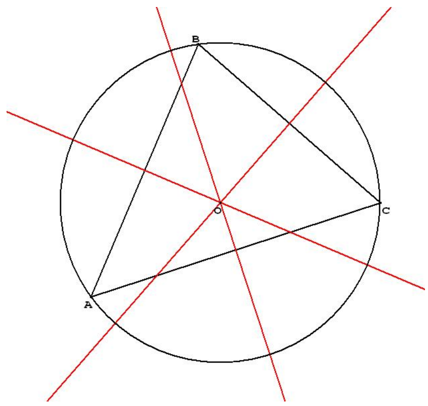
les trois médiatrices du triangles sont **concourantes**.

propriété 2

le point d'intersection des trois médiatrices est le centre du **cercle circonscrit** au triangle ABC.

remarque : on peut démontrer ces propriétés (en exercice).

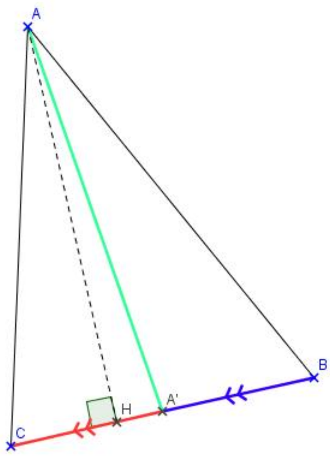




question : le centre du cercle circonscrit au triangle est-il toujours à l'intérieur du triangle ?

VI les médianes

VI - 1) activité



Question :
comment partager un triangle en deux triangles de même aire ?

Réponse : on construit le point A', milieu du côté $[BC]$.

$$Aire_{ABA'} = \frac{\textit{longueur de la base} \times \textit{longueur de la hauteur}}{2} = \frac{AH \times A'B}{2}$$
$$Aire_{ACA'} = \frac{\textit{longueur de la base} \times \textit{longueur de la hauteur}}{2} = \frac{AH \times A'C}{2}$$

Comme $A'B = A'C$, cela prouve que ces deux triangles ont bien la même aire.

VI - 2) définition

Dans le triangle ABC, la **médiane** issue du sommet A est le segment qui joint le point A au milieu du côté opposé.

remarque : il y a **trois** médianes dans un triangle.

propriété (admise)

Les trois médianes d'un triangle se coupent en un seul point (elles sont concourantes) : **le centre de gravité du triangle**.