

Table des matières

I Nombres et Calculs

- 1 Enchaînements d'opérations
- 2 Calcul littéral
- 3 Nombres en écriture fractionnaire
- 4 Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire
- 5 Les nombres relatifs : définition et comparaison
- 6 Les nombres relatifs : addition et soustraction

II Organisation et gestion de données, Fonctions

- 7 Proportionnalité
- 8 Représentation et traitement de données

III Géométrie

- 9 Symétrie centrale
- 10 Triangles
- 11 Angles
- 12 Parallélogramme
- 13 Symétries et figures usuelles
- 14 Prisme droit - Cylindre de révolution

IV Grandeurs et mesures

- 15 Durées, périmètres et aires
- 16 Volumes

Première partie

Nombres et Calculs

Chapitre 1

Enchaînements d'opérations

I vocabulaire

- on parle de la **somme** de plusieurs **termes** : $8 + 15$: somme de 8 et 15.
- on parle de la **différence** de deux **termes** : $12 - 3$: différence entre 12 et 3.
- on parle du **produit** de plusieurs **facteurs** : 8×15 : produit de 8 par 15.
- on parle du **quotient** d'un nombre par un autre nombre (non nul) : $13 \div 2$, ou $\frac{13}{2}$: quotient de 13 par 2.

II sans parenthèses

II - 1) enchaînement d'additions et de soustractions

Pour calculer une expression sans parenthèses **où ne figurent que des additions et des soustractions**, on effectue généralement les calculs de la gauche vers la droite.

exemples :

$$K = 15 - 7 - 6 + 3$$

$$K = 8 - 6 + 3$$

$$K = 2 + 3$$

$$K = 5$$

II - 2) enchaînement de multiplications et de divisions

Pour calculer une expression sans parenthèses **où ne figurent que des multiplications et des divisions**, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.

exemples :

$$L = 15 \div 3 \times 4 \div 2$$

$$L = 5 \times 4 \div 2$$

$$L = 20 \div 2$$

$$L = 10$$

II - 3) enchaînement d'opérations

Pour calculer une expression **sans parenthèses**, on effectue d'abord les multiplications et les divisions.

exemples :

$$M = 34 + 5 \times 3$$

$$M = 34 + 15$$

$$M = 49$$

$$N = 17 - 6 \div 3$$

$$N = 17 - 2$$

$$N = 15$$

$$O = 2 \times 3 + 1, 7 \times 6$$

$$O = 6 + 10, 2$$

$$O = 16, 2$$

III expressions avec parenthèses

Pour calculer une expression **avec parenthèses**, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

exemples :

$$A = 3 \times (5 + 4)$$

$$A = 3 \times 9$$

$$A = 27$$

$$B = (2 + 3) \div 4$$

$$B = 5 \div 4$$

$$B = 1, 25$$

$$C = (5 + 2) \times (6 - 4)$$

$$C = 7 \times 2$$

$$C = 14$$

Quand il y a plusieurs niveaux de parenthèses, on effectue d'abord les calculs dans les parenthèses les plus à l'intérieur.

exemples :

$$D = 14 - (3 \times (5 - 1, 5))$$

$$D = 14 - (3 \times 3, 5)$$

$$D = 14 - 10, 5$$

$$D = 3, 5$$

$$E = 12 \div ((5 - 1) \times 2)$$

$$E = 12 \div (4 \times 2)$$

$$E = 12 \div 8$$

$$E = 1, 5$$

IV expression avec un quotient

Calculer une expression avec un **quotient** revient à calculer une expression avec **parenthèses**.

exemples :

$$F = \frac{10 + 5}{5} = (10 + 5) \div 5 = 15 \div 5 = 3 \quad G = \frac{3}{12 - 2} = 3 \div (12 - 2) = 3 \div 10 = 0,3$$

$$H = \frac{\frac{12}{8}}{4} = (12 \div 8) \div 4 = 1,5 \div 4 = 0,375 \quad I = \frac{\frac{12}{8}}{\frac{4}{4}} = 12 \div (8 \div 4) = 12 \div 2 = 6$$

Chapitre 2

Calcul littéral

I expressions littérales

Une **expression littérale** est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

exemples :

* l'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l peut s'écrire $L \times l$

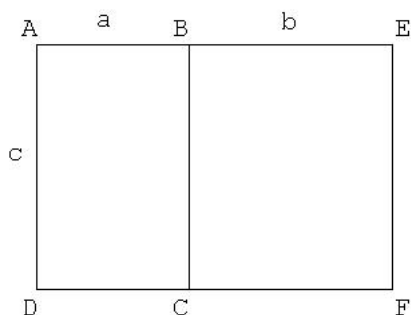
* on pense à un nombre x ; on le multiplie par 5 et on ajoute 3 au résultat.

Cette suite d'instructions peut s'écrire sous la forme de l'expression littérale $x \times 3 + 5$

remarque : dans l'expression $5 \times x + 2 \times x + 4$, la lettre x désigne le même nombre.

II distributivité

activité : déterminer l'aire du rectangle $AEFD$ en fonction des longueurs a , b et c de deux manières différentes :



Réponse :

* *d'une part :* $\mathcal{A}_{AEFD} = AE \times AD = (a + b) \times c$

* *d'autre part :* $\mathcal{A}_{AEFD} = \mathcal{A}_{ABCD} + \mathcal{A}_{BEFC} = a \times c + b \times c$

Conclusion : $(a + b) \times c = ac + bc$

On a donc les règles suivantes :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

utilité : cela permet de faire du calcul mental :

$$\begin{aligned} 8 \times 16 &= 8 \times (10 + 6) \\ &= 8 \times 10 + 8 \times 6 \\ &= 80 + 48 \\ &= 128 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \times 19 &= 7 \times (20 - 1) \\ &= 7 \times 20 - 7 \times 1 \\ &= 140 - 7 \\ &= 133 \end{aligned}$$

III simplification de l'écriture d'une expression

III - 1) règle

On peut supprimer le symbole $\times$:

* devant une lettre,

* devant une parenthèse.

exemples :

$$* 2 \times x = 2x$$

$$* 4 \times (2 + x) = 4(2 + x)$$

* 2×3 ne peut pas s'écrire 23!

remarques :

* $2x$ signifie **2 multiplié par** x : on a supprimé le signe $\times$, pas la multiplication.

* $1 \times x$ ne s'écrit pas $1x$ mais simplement x .

III - 2) notation

$a \times a$ se note a^2 et se lit « a au carré ».

$a \times a \times a$ se note a^3 et se lit « a au cube ».

exemple :

L'aire d'un carré de côté c est :

$$c \times c = c^2$$

IV notion d'égalité

IV - 1) définition

Une **égalité** est constituée de deux membres séparés par un signe « $=$ ».

Les deux membres d'une égalité doivent avoir la même valeur.

exemples :

$$3 + 5 = 4 \times 2$$

1^{er} membre **2nd membre**

Les deux membres ont la même valeur, c'est-à-dire 8.

$$3x + 2x = 5x$$

Les deux membres ont la même valeur-pour tous les nombres x .

IV - 2) tester si une égalité est vraie

Pour tester si une égalité est vraie :

* on remplace la (ou les) lettres par les nombres proposés,

* on calcule séparément chacun des membres de l'égalité.

Si les deux membres ont la même valeur, l'égalité est vraie pour ces nombres.

Si les deux membres n'ont pas la même valeur, l'égalité n'est pas vraie pour ces nombres.

exemples : on considère l'égalité $2x + 1 = 5$

* Pour $x = 1$

$$\begin{aligned} \text{Premier membre : } 2x + 1 &= 2 \times 1 + 1 \\ &= 2 + 1 = 3 \end{aligned}$$

Second membre : 5

Les deux membres n'ont pas la même valeur.

Cette égalité **n'est pas vraie** pour $x = 1$.

* Pour $x = 2$

$$\begin{aligned} \text{Premier membre : } 2x + 1 &= 2 \times 2 + 1 \\ &= 4 + 1 = 5 \end{aligned}$$

Second membre : 5

Les deux membres ont la même valeur.

Cette égalité **est vraie** pour $x = 2$.

Chapitre 3

Nombres en écriture fractionnaire

I notion de quotient

I - 1) définition

Soient a et b deux nombres, avec $b \neq 0$

Le **quotient** de a par b est le nombre, qui, multiplié par b , donne a .

Ce quotient se note $a \div b$ ou en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$.

a est appelé **numérateur**, et b **dénominateur**.

exemples :

$$* \frac{22}{4} = 22 \div 4 = 5,5$$

$$* \frac{3,5}{7} = 3,5 \div 7 = 0,5$$

$$* \frac{10}{0,5} = 20 \text{ car } 20 \times 0,5 = 10$$

remarques :

* si le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire sont des nombres entiers, alors cette écriture s'appelle une fraction.

exemples $\frac{22}{4}$ et $\frac{3,5}{7}$ sont des écritures fractionnaires.

$\frac{22}{4}$ est une fraction ; $\frac{3,5}{7}$ n'est pas une fraction.

* certains quotients n'admettent pas d'écriture décimale.

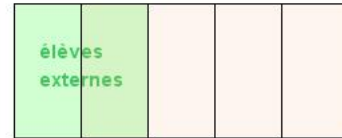
exemple $\frac{2}{3} = 2 \div 3$ mais $2 \div 3 \neq 0,66666667$. On a $2 \div 3 \approx 0,66666667$

* le dénominateur d'un quotient en écriture fractionnaire doit être non nul.

I - 2) proportion

exemple : deux cinquièmes des élèves du collège Camille Claudel sont externes.

On dit que la **proportion** d'élèves externes est $\frac{2}{5}$.
Cela signifie que, sur **5** élèves du collège, **2** sont externes.



collège Camille Claudel

II multiples et diviseurs

exemples :

Comme $\frac{48}{6} = 48 \div 6 = 8$, on en déduit que :

- * 48 est un **multiple** de 6,
- * 48 est **divisible** par 6,
- * 6 est un **diviseur** de 48.

Comme $77 = 7 \times 11$, on en déduit que :

- * 77 est un **multiple** de 7 et de 11,
- * 77 est **divisible** par 7 et 11,
- * 7 et 11 sont des **diviseurs** de 77.

exemple : pour le nombre **528**

- * 528 se termine par **8**, donc 528 est divisible par 2,
- * $5+2+8=15$ et 15 est divisible par 3, donc 528 est divisible par 3,
- * **28** est divisible par 4, donc 528 est divisible par 4,
- * 528 ne se termine pas par 0 ou 5, donc 528 n'est pas divisible par 5,
- * $5+2+8=15$, et 15 n'est pas divisible par 9, donc 528 n'est pas divisible par 9.

III égalité de quotients

III - 1) propriété des quotients

Un quotient ne change pas lorsque l'on **multiplie** ou l'on **divise** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** non nul.

$$\text{Si } b \neq 0, \text{ et } k \neq 0, \text{ alors } \frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ et } \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

exemples :

$$* \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} \qquad * \frac{12}{8} = \frac{12 \div 4}{8 \div 4} = \frac{3}{2} \qquad * \frac{20}{35} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{4}{7}$$

III - 2) simplification de fractions

Simplifier une fraction signifie écrire une **fraction** qui lui est **égale**, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

exemple :

$$\frac{42}{56} = \frac{21 \times 2}{28 \times 2} = \frac{21}{28} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{3}{4}. \text{ On a simplifié par 2 puis par 7.}$$

remarque : on cherche à obtenir une **fraction avec une écriture la plus simple possible**.

Lorsque la fraction trouvée n'admet plus de simplifications, on dit qu'il s'agit d'une fraction **irréductible**.

exemples :

* La fraction $\frac{42}{56}$ peut être simplifiée.

* $\frac{3}{4}$ est une fraction irréductible.

III - 3) division de deux nombres décimaux

Pour diviser deux nombres décimaux :

* on rend **entier son diviseur** en le multipliant par 10 ou 100 ou 1 000 ... ; on doit multiplier son dividende, comme son diviseur par 10 ou 100, ou 1 000 ...

* on effectue la **division** obtenue.

exemples :

$$* 24 \div 0,8 = \frac{24}{0,8} = \frac{24 \times 10}{0,8 \times 10} = \frac{240}{8} = 240 \div 8 = 30$$

$$* 0,365 \div 0,05 = \frac{0,365}{0,05} = \frac{0,365 \times 100}{0,05 \times 100} = \frac{36,5}{5} = 7,3$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 6, \quad 5 \\ 1 \quad \mathbf{5} \\ \mathbf{0} \end{array} \bigg| \frac{5}{7, \mathbf{3}}$$

IV comparaison d'écritures fractionnaires

IV - 1) comparaison au nombre 1

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est **supérieur** à son dénominateur, alors ce nombre est **supérieur** à 1.

Si $a > b$ et $b \neq 0$,
alors $\frac{a}{b} > 1$

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est **inférieur** à son dénominateur, alors ce nombre est **inférieur** à 1.

Si $a < b$ et $b \neq 0$,
alors $\frac{a}{b} < 1$

Remarque : si le numérateur et le dénominateur d'un nombre en écriture fractionnaire sont égaux, alors ce nombre est égal à 1.

exemples :

$$\frac{131}{132} < 1$$

$$\frac{325}{324} > 1$$

$$\frac{24,25}{25,24} < 1$$

$$\frac{\pi+1}{\pi-1} > 1$$

IV - 2) comparaison de fractions ayant le même dénominateur

Deux fractions ayant le **même dénominateur** sont rangées dans l'ordre de leurs numérateurs.

Si $a < b$ et $c \neq 0$, alors $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

exemple :

$$287 < 288 \text{ donc } \frac{287}{96} < \frac{288}{96}$$

IV - 3) comparaison de fractions ayant le même numérateur

Deux fractions ayant le **même numérateur** sont rangées dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs.

Si $a < b$ et $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$, alors $\frac{c}{b} < \frac{c}{a}$

exemple :

$$327 < 328 \text{ donc } \frac{37}{328} < \frac{37}{327}$$

IV - 4) étude d'autre cas

exemple : comparer les fractions $\frac{7}{5}$ et $\frac{22}{15}$

- on peut commencer par les **réduire au même dénominateur** : $\frac{7}{5} = \frac{7 \times 3}{5 \times 3} = \frac{21}{15}$;
- les fractions $\frac{21}{15}$ et $\frac{22}{15}$ ayant le même dénominateur, on peut les comparer : $21 < 22$ donc $\frac{21}{15} < \frac{22}{15}$;
- on en déduit que $\frac{7}{5} < \frac{22}{15}$.

Remarque : on a : $\frac{7}{5} = 7 \div 5 = 1,4$ et $\frac{22}{15} \approx 1,466$

$$\begin{array}{r} 7 \\ 2 \end{array} , \begin{array}{r} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \left| \begin{array}{r} 5 \\ 1,4 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 7 \\ 1 \end{array} , \begin{array}{r} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{r} 1 \\ 5 \\ 1,466 \end{array} \right.$$

Comme $1,4 < 1,466$, on en déduit que $\frac{7}{5} < \frac{22}{15}$.

Chapitre 4

Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire

I fraction d'une quantité

I - 1) principe

Pour prendre la fraction d'une quantité, on effectue le **produit** de la fraction et de la quantité.

exemple : il y a trente pommes sur la table ; le tiers de ces pommes est vert ; combien sont vertes ?

<i>texte en français</i>	le tiers	de	ces pommes
<i>traduction mathématique</i>	$\frac{1}{3}$	$\times$	30

I - 2) produit d'une fraction par un nombre

principe :

Lorsqu'on fait le produit d'une fraction et d'un nombre, on peut « **faire glisser** » le trait de fraction.

Si a , b et c désignent trois nombres décimaux, avec $b \neq 0$:

$$\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b} = a \times \frac{c}{b}$$

exemples : $\frac{1}{3} \times 30 = \frac{1 \times 30}{3} = 1 \times \frac{30}{3} = 1 \times 10 = 10$ $\frac{3}{8} \times 5 = \frac{3 \times 5}{8} = \frac{15}{8}$

II produit de fractions

II - 1) règle

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les **numérateurs entre eux** par **les dénominateurs entre eux**.

Si a , b , c et d désignent quatre nombres décimaux, avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

exemples : $\frac{3}{8} \times \frac{5}{4} = \frac{3 \times 5}{8 \times 4}$ $\frac{7}{4} \times \frac{10}{3} = \frac{7 \times 10}{4 \times 3}$

II - 2) remarque importante

Avant d'effectuer les produits des numérateurs et des dénominateurs, on regarde **si on peut simplifier la fraction** : cela peut permettre de réaliser des calculs beaucoup plus simplement ; **c'est un réflexe à acquérir**.

exemple : $\frac{7}{4} \times \frac{10}{3} = \frac{7 \times 10}{4 \times 3} = \frac{7 \times 5 \times 2}{2 \times 2 \times 3} = \frac{7 \times 5}{2 \times 3} = \frac{35}{6}$

III addition et soustraction

III - 1) les dénominateurs sont égaux

Pour additionner deux nombres en écriture fractionnaire **de même dénominateur** :

* on additionne les **numérateurs**,

* on garde le **dénominateur commun**.

Si a , b et c désignent trois nombres décimaux, avec $c \neq 0$:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a + b}{c}$$

exemples : $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1 + 3}{5} = \frac{4}{5}$ $\frac{2}{7} + \frac{9}{7} = \frac{2 + 9}{7} = \frac{11}{7}$

Pour soustraire deux nombres en écriture fractionnaire **de même dénominateur** :

* on soustrait les **numérateurs**,

* on garde le **dénominateur commun**.

Si a , b et c désignent trois nombres décimaux, avec $a > b$ et $c \neq 0$:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$

exemples : $\frac{7}{5} - \frac{3}{5} = \frac{7 - 3}{5} = \frac{4}{5}$ $\frac{12}{7} - \frac{9}{7} = \frac{12 - 9}{7} = \frac{3}{7}$

remarque : on a le **réflexe** de regarder si on peut **simplifier** le résultat.

$$\frac{17}{15} + \frac{3}{15} = \frac{17 + 3}{15} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} \text{ (on a simplifié le résultat par 5).}$$

III - 2) mise au même dénominateur

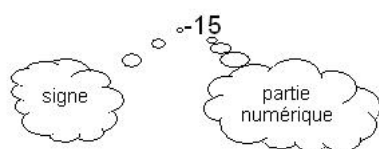
Si les fractions n'ont pas le même dénominateur, il faut transformer une ou les fractions.

exemples : $\frac{1}{5} + \frac{7}{10} = \frac{2}{10} + \frac{7}{10} = \frac{9}{10}$ $\frac{33}{24} - \frac{5}{8} = \frac{33}{24} - \frac{15}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{3}{4}$

Chapitre 5

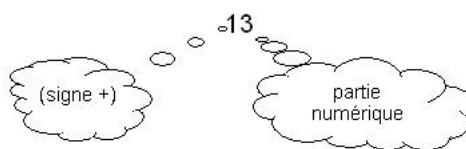
Les nombres relatifs : définition et comparaison

I les nombres relatifs



Un nombre est composé :

- d'un **signe** (signe - ou signe +)
- d'une partie **numérique**



remarque : on n'écrit pas toujours le signe +.

13 signifie +13.

Les **nombres positifs** et les **nombres négatifs** constituent les **nombres relatifs**.

exemples :

* les nombres 1 ; -2 ; +5,3 ; -10,2 et 0 sont des nombres relatifs.

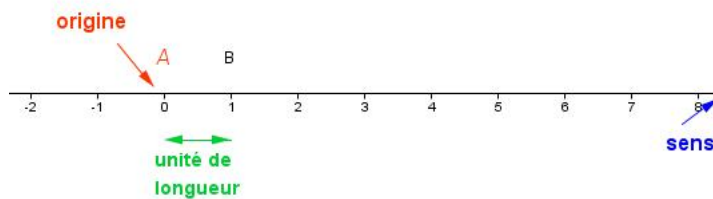
* (-6) ; 4 ; (+15) sont des nombres entiers relatifs.

II repérage sur une droite graduée

II - 1) définition

On appelle **droite graduée** une droite sur laquelle on fixe :

- * un point appelé **origine** de la droite graduée,
- * un **sens**,
- * une **unité de longueur** que l'on reporte régulièrement à partir de l'origine.

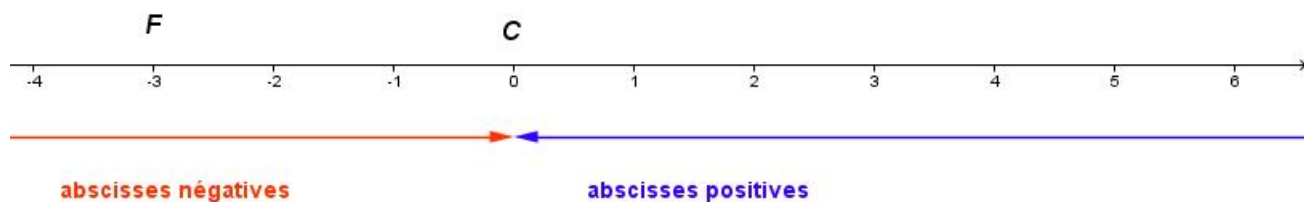


II - 2) abscisse d'un point

propriété

Sur une droite graduée :

- * chaque point est repéré par un **nombre relatif** unique appelé **abscisse** du point,
- * à chaque **nombre relatif**, on associe un point unique.



exemples : sur la droite graduée ci-dessus :

- * l'abscisse du point *C* est zéro.
- * (-3) est l'abscisse du point *F*.

II - 3) nombres relatifs opposés

Deux nombres possédant **la même partie numérique** et des **signes contraires** sont dits **opposés**.

exemples : 3 est l'opposé de -3. -5,2 est l'opposé de +5,2.

remarque : sur une droite graduée, deux points symétriques par rapport à l'origine ont des abscisses opposées.

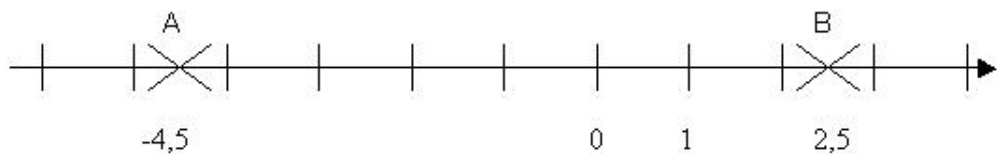
III comparaison de nombres relatifs

III - 1) utilisation d'une droite graduée

La représentation des nombres relatifs sur une droite graduée permet de visualiser l'ordre.

propriété

Sur une droite graduée, si un point A est situé « *avant* » un point B , alors l'abscisse du point A est inférieure à l'abscisse du point B .



exemple :

La droite graduée ci-dessus est orientée de la gauche vers la droite; le point A est donc « *avant* » le point B .

C'est pourquoi l'abscisse du point A est inférieure à l'abscisse du point B : $-4,5 < 2,5$.

III - 2) comparaison de deux nombres relatifs

règle 1

Un nombre négatif est inférieur à un nombre positif.

exemples : $-3 < 5$ $5 > -15$ $-67 < 0,2$

règle 2

Quand on compare 2 nombres négatifs, le plus petit nombre est celui qui a la plus grande partie numérique.

exemples : $-3 > -8$ $-12,5 < -1,25$ $-56 > -123$

IV repérage dans le plan

IV - 1) définition

Deux droites graduées, de même origine et perpendiculaires forment un repère orthogonal du plan.

La droite horizontale est appelée l'**axe des abscisses**.

La droite verticale est appelée l'**axe des ordonnées**.

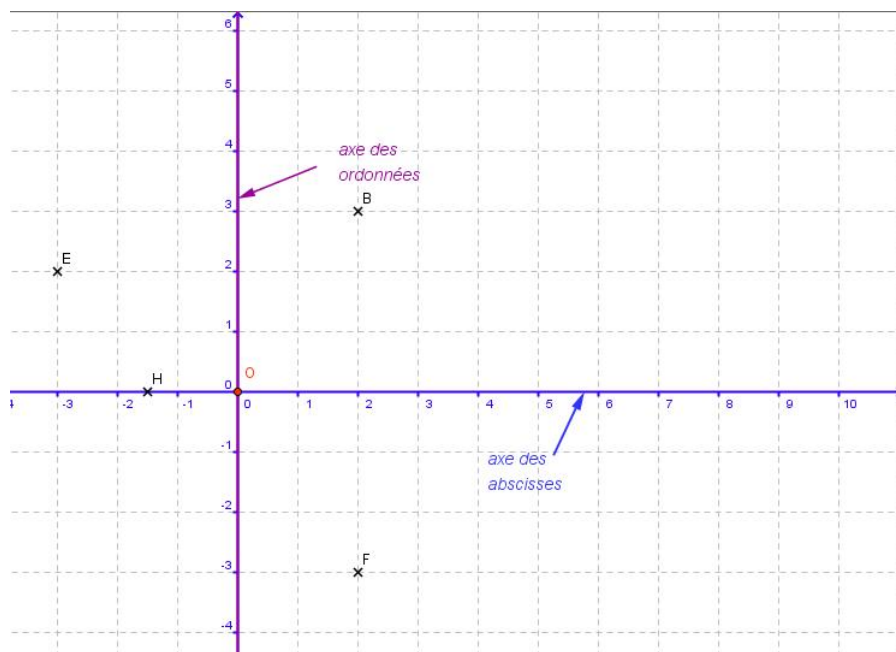
remarque : les deux axes ont la même origine, mais pas nécessairement la même unité de longueur.

IV - 2) propriété

Dans un repère, tout point du plan est repéré par deux nombres relatifs :

- * son **abscisse**, toujours citée en premier,
- * son **ordonnée**, toujours citée en second.

Ces deux nombres s'appellent les **coordonnées** du point dans le repère.



Dans ce repère,

- le point E a pour **abscisse** -3 , pour **ordonnée** $+2$; on écrit $E (-3 ; +2)$.
- les coordonnées des autres points de la figure sont :
 $B (2 ; 3)$; $F (+2 ; -3)$; $H (-1,5 ; 0)$; $O (0 ; 0)$.

Chapitre 6

Les nombres relatifs : addition et soustraction

I addition de nombres relatifs

I - 1) nombres de même signe

règle n°1 :

Pour additionner deux nombres relatifs de **même signe** :

- on **garde** le signe commun
- on **additionne** les parties numériques

exemples : $(+6) + (+13,6) = +19,6$ $(-5) + (-4) = -9$

I - 2) nombres de signes différents

règle n°2

Pour additionner deux nombres relatifs de **signes différents** :

- on **donne le signe** de celui qui a la plus grande partie numérique
- on **soustrait** les parties numériques

exemples : $(-9) + (+12) = +3$ $(-9) + (+4) = -5$

remarque : la somme d'un nombre et de son opposé est nulle : $(+8) + (-8) = 0$.

II soustraction de nombres relatifs

propriété

Soustraire un nombre relatif revient à ajouter son opposé.

exemples :

$$* (-8) - (+7) = (-8) + (-7) = -15$$

soustraire (+7), c'est ajouter (-7)

$$* (+7) - (-9) = (+7) + (+9) = +16$$

soustraire (-9), c'est ajouter (+9)

III simplification d'écritures

Pour simplifier une expression algébrique, on peut supprimer les parenthèses des nombres relatifs ainsi que les signes « + » des nombres positifs.

exemples :

* premier cas :

$$(-100) + (+75) = -100 + 75 = -25$$

* deuxième cas :

$$(+12,5) - (+0,3) = 12,5 - 0,3 = 12,2$$

* troisième cas :

$$3,5 - (-2) = 3,5 + (+2) = 3,5 + 2 = 5,5$$

Soustraire (-2), c'est ajouter (+2).

* quatrième cas :

$$(-8) + (-12) = (-8) - (+12) = -8 - 12 = -20$$

Ajouter (-12), c'est soustraire (+12).

Deuxième partie

Organisation et gestion de données, Fonctions

Chapitre 7

Proportionnalité

I situation de proportionnalité

I - 1) définition

On dit que deux quantités sont proportionnelles s'il existe un opérateur **multiplicatif** permettant de passer de l'une à l'autre.

exemple :

J'achète de la viande à 10€ le kilo.
Le prix payé et la quantité achetée
sont proportionnels : on passe de la
masse au prix en multipliant par 10.

masse (en kilogrammes)	2	0,5	3
prix (en €)	20	5	30

10 est le **coefficient de proportionnalité**.

I - 2) calculer une 4^{ème} proportionnelle

Il existe plusieurs techniques pour compléter un tableau de proportionnalité :

Complétons ce tableau de proportionnalité :

10	5	15
25		

a) par le coefficient de proportionnalité

On cherche l'opérateur multiplicatif qui permet de passer de la première à la seconde ligne :

le nombre qui, multiplié par 10, donne 25 est $\frac{25}{10}$: $10 \times \frac{25}{10} = 25$

Le coefficient multiplicatif est égal $\frac{25}{10}$, c'est-à-dire 2,5.

Reste à faire : $5 \times 2,5 = 12,5$ et $15 \times 2,5 = 37,5$

b) par opérateur multiplicatif sur les colonnes

On cherche l'opérateur multiplicatif qui permet de passer de la première à la seconde colonne : c'est $\times \frac{1}{2}$ ou encore $\div 2$.

Reste à faire : $25 \div 2 = 12,5$.

L'opérateur multiplicatif qui permet de passer de la première à la troisième colonne est : $\times 1,5$.

Reste à faire : $25 \times 1,5 = 37,5$.

c) par « addition de colonnes »

Si on connaît les deux premières colonnes, la troisième colonne s'obtient en les « additionnant ».

Reste à faire : $25 + 12,5 = 37,5$.

d) par retour à l'unité

On peut chercher à placer « 1 » dans la première ligne :

10	5	15	1
25			2,5

L'opérateur multiplicatif qui permet de passer de 10 à 1 est $\times \frac{1}{10}$, soit encore $\div 10$.
On fait donc $25 \div 10 = 2,5$. Il ne restera plus qu'à multiplier 5 et 15 par 2,5 pour avoir les valeurs cherchées.

II pourcentage

définition

Ecrire $a\%$ est une **notation** qui signifie : $\frac{a}{100}$.

Un pourcentage est une **fraction** dont le dénominateur est 100.

exemples : $52\% = \frac{52}{100} = 0,52$ $8,5\% = \frac{8,5}{100} = 0,085$ $152,3\% = \frac{152,3}{100} = 1,523$

II - 1) prendre le pourcentage d'une quantité

activité : 20 % des 25 élèves de la classe sont demi-pensionnaires. Combien y-a-t'il de demi-pensionnaires ?

Il d'agit de prendre $\frac{20}{100}$ de 25

On fait le calcul : $\frac{25}{100} \times 25 = \frac{25 \times 20}{100} = \frac{5 \times 5 \times 20}{5 \times 20} = 5$: il y a 5 demi-pensionnaires.

II - 2) exprimer une proportion en pourcentage

On exprime une proportion sous forme de fraction : l'exprimer en pourcentage revient à avoir comme dénominateur 100.

exemple : s'il y a 5 élèves sur 25 qui sont demi-pensionnaires, quel est le pourcentage ?

La proportion est : $\frac{5}{25}$.

Reste à mettre cette fraction sur 100 : $\frac{5}{25} = \frac{5 \times 4}{25 \times 4} = \frac{20}{100} = 20\%$: 20% des élèves sont des demi-pensionnaires.

III échelle

Une échelle permet de reproduire un objet en plus petit, **en conservant les proportions**.

exemples : cartes routières, maquette de voiture ...

Une échelle s'exprime sous la forme d'une fraction.

Par exemple, l'échelle $\frac{1}{20}$ signifie que quelque chose qui mesure 20 en réalité va mesurer 1 pour la maquette (*en utilisant les mêmes unités de longueur*).

Méthode : construire un tableau de proportionnalité, avec :

- dans la première ligne, les dimensions de la maquette,
- dans la seconde ligne, les dimensions de l'objet réel.

La première colonne exprime la valeur de l'échelle.

exemple : une échelle de $\frac{1}{20}$ est donné ;

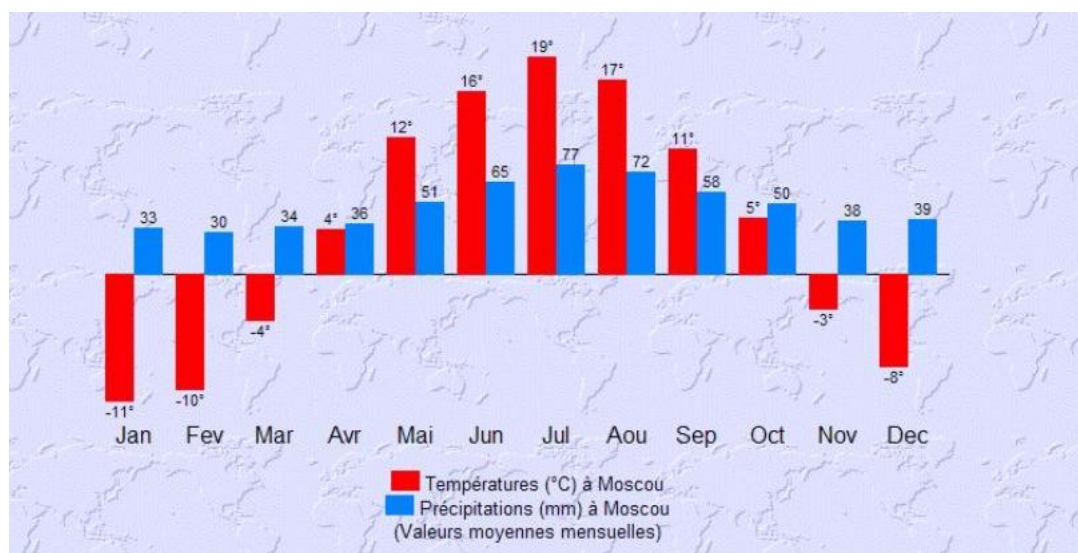
grandeur de la maquette	1		
grandeur réelle	20		

Reste à compléter le tableau en fonction des besoins.

Chapitre 8

Représentation et traitement de données

I lire un graphique



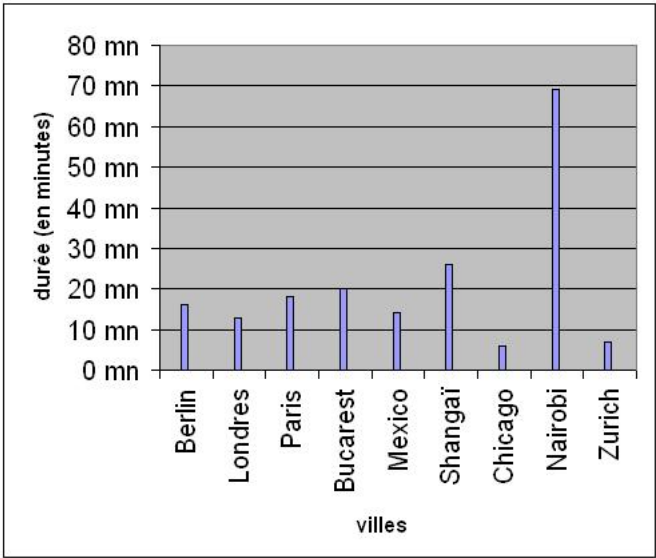
- *quelles informations peut-on lire sur ce graphique ?*
Les précipitations et les températures moyennes chaque mois dans la ville de Moscou.
- *quelles lectures peut-on faire ?*
Il a fait 19°C en juillet et -8°C en décembre.
Il y a eu 33 mm de précipitations en janvier et 72 mm en août.
- *interprétation du graphique :*
L'hiver est froid, l'été est doux.
Les précipitations sont moyennes et réparties toute l'année.
C'est un climat continental.

On peut **visualiser** des informations chiffrées (informations statistiques) à l'aide de **diagrammes**. Il en existe de plusieurs types.
On en présente quelques uns à partir d'exemples.

II diagramme bâtons

temps de travail nécessaire pour gagner de quoi acheter 1 kg
de riz dans quelques villes :

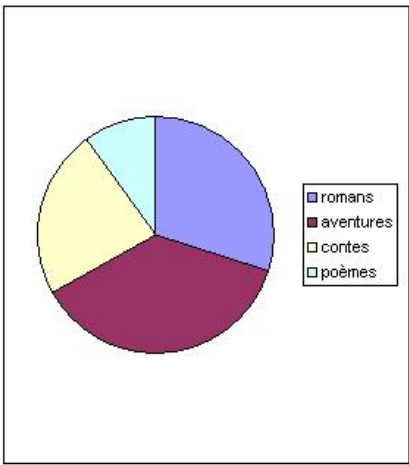
Berlin	16 mn
Londres	13 mn
Paris	18 mn
Bucarest	20 mn
Mexico	14 mn
Shangai	26 mn
Chicago	6 mn
Nairobi	69 mn
Zurich	7 mn



III diagramme circulaire

Nombre des différents types de livres lus par Achille
en une année :

romans	9
aventures	11
contes	7
poèmes	3



type de livre	roman	aventure	conte	poème	total
nombre de livres	9	11	7	3	30
angle	108 °	132 °	84 °	36 °	360 °

x 12

IV fréquence

Activité :

Paul a réussi 9 lancers francs sur 20 essais.
Pierre a réussi 12 lancers francs sur 25 essais.
Qui réussit « le plus souvent » ses lancers francs ?

Remarque : on peut remplacer « le plus souvent » par : « le plus fréquemment ».

On va calculer **les fréquences** de réussite de Paul et de Pierre :

* pour Paul : il réussit 9 lancers francs sur 20 essais : cela donne la **fréquence** : $\frac{9}{20}$

$$\frac{9}{20} = \frac{9 \times 5}{20 \times 5} = \frac{45}{100} = 45\%, \text{ ou alors : } \frac{9}{20} = 9 \div 20 = 0,45 = \frac{45}{100} = 45\%.$$

* pour Pierre : il réussit 12 lancers francs sur 25 essais : cela donne la **fréquence** : $\frac{12}{25}$

$$\frac{12}{25} = \frac{12 \times 4}{25 \times 4} = \frac{48}{100} = 48\%, \text{ ou alors : } \frac{12}{25} = 12 \div 25 = 0,48 = \frac{48}{100} = 48\%.$$

Conclusion : Paul a réussi 45 % de ses lancers francs, Pierre a réussi 48 %. C'est Pierre le plus adroit.

Troisième partie

Géométrie

Chapitre 9

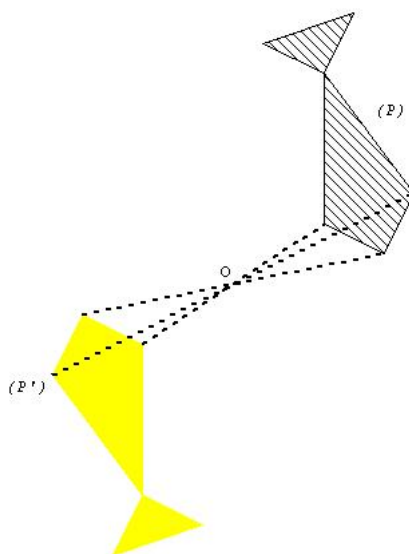
Symétrie centrale

I figures symétriques

définition

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point** si elles sont superposables par demi-tour autour de ce point.

Ce point est appelé le **centre de symétrie**.

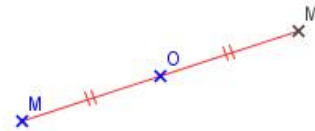


Les figures $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}')$ sont symétriques par rapport au point O .
Le point O est le **centre de symétrie**.

II symétrique d'un point

II - 1) définition

Le **symétrique d'un point M par rapport à un point O** est le point M' tel que le point O est le milieu du segment $[MM']$.



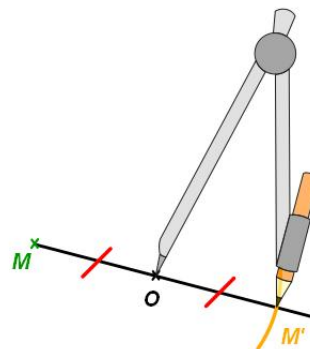
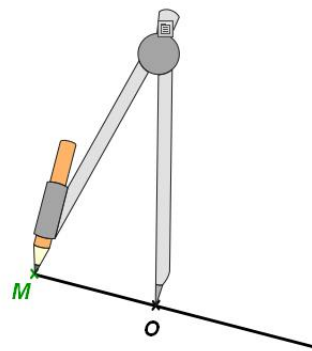
Le point O est le milieu du segment $[MM']$ signifie que les points M et M' sont symétriques par rapport au point O .

remarque : dans la symétrie de centre O , le symétrique du point O est lui-même.

II - 2) construction du symétrique d'un point

Pour construire le symétrique M' d'un point M par rapport à un point O :

1. on trace la demi-droite $[MO)$
2. on reporte à partir du point O la longueur MO
3. l'arc de cercle coupe la demi droite $[MO)$ en M'



remarques importantes :

* si deux points A et B sont symétriques par rapport à un point I , alors le point I est le milieu du segment $[AB]$.

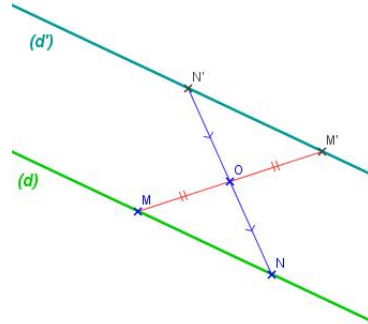
* si un point J est le milieu d'un segment $[CD]$, alors les points C et D sont symétriques par rapport au point J .

III propriétés de la symétrie centrale

III - 1) symétrique d'une droite

Symétrique de la droite (d) par rapport au point O : programme de construction

1. on prend deux points sur la droite (d) , peu importe lesquels ; nommons-les M et N .
2. on construit les symétriques de M et N par rapport à O : nommons-les M' et N' .
3. la symétrique de la droite (d) est la droite $(M'N')$



ici, les droites (d) et (d') sont parallèles.

propriété

Par la symétrie (centrale) de centre O , le symétrique de la droite (d) est une droite qui lui est **parallèle**.

III - 2) symétrique d'un segment

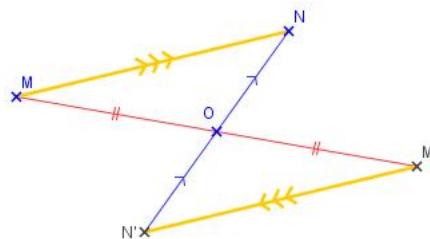
propriété n°1

Par la symétrie de centre O , le symétrique du segment $[MN]$ est un segment qui lui est **parallèle**.

propriété n°2

Par la symétrie de centre O , le symétrique du segment $[MN]$ est un segment qui a **la même longueur**.

On dit que la symétrie centrale **conserve les longueurs**.



ici, on a : $(MN) \parallel (M'N')$ et $MN = M'N'$

III - 3) symétrique d'un cercle

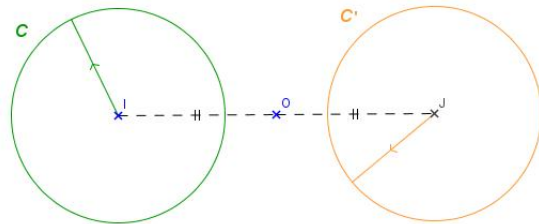
Le symétrique d'un **cercle** par rapport à un point O est un **cercle de même rayon**.

Les centres de ces cercles sont symétriques par rapport au point O .

exemple :

Les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont symétriques par rapport au point O donc :

- * les rayons des cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont égaux,
- * le centre de $(\mathcal{C})$ a pour symétrique par rapport à O le centre de $(\mathcal{C}')$: les points I et J sont symétriques par rapport au point O .



III - 4) symétrique d'un polygone

propriété

Le symétrique d'un **polygone** par rapport à un point est un **polygone superposable**.

La symétrie centrale conserve la mesure des angles, les périmètres et les aires.

Symétrique d'un polygone par rapport au point O : programme de construction

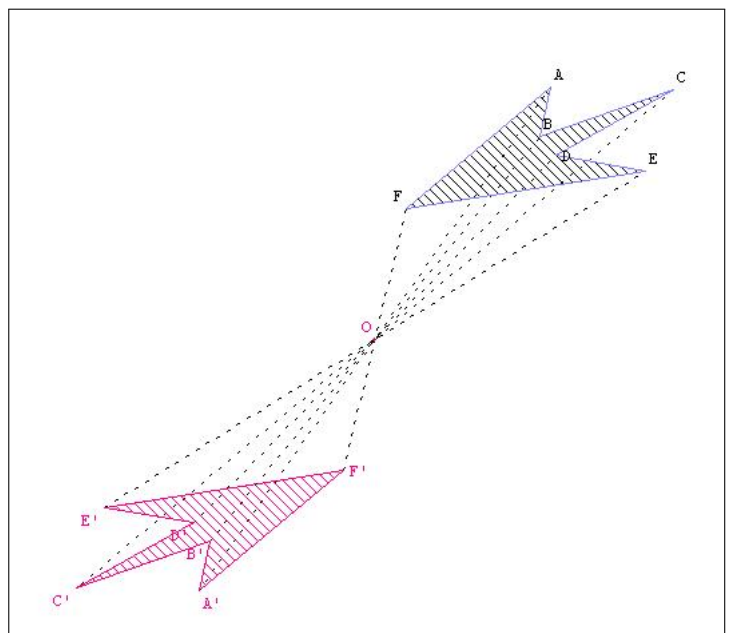
1. on construit les symétriques de chaque point qui définissent la figure. On les note avec un « ' ».
2. si A et B sont reliés dans la figure de départ, on relie A' et B' . On fait ainsi pour tous les segments.

Sur la figure ci-contre, le symétrique du polygone $ABCDEF$ par rapport au point O est le polygone $A'B'C'D'E'F'$

- * Leurs **périmètres** et leurs **aires** sont égaux.

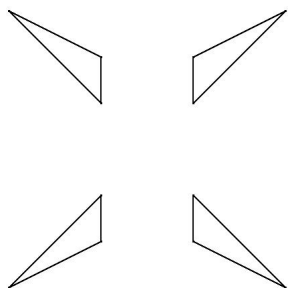
* Les **angles** $\widehat{AFE}$ et $\widehat{A'F'E'}$ sont symétriques par rapport au point O .

Donc, $\widehat{AFE} = \widehat{A'F'E'}$

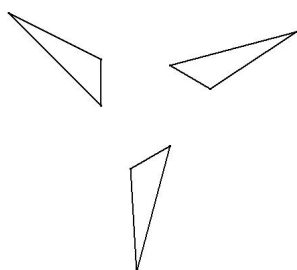


IV figure possédant un centre de symétrie

Lorsque le symétrique d'une figure par rapport à un point est elle-même, on dit que ce point est un **centre de symétrie** de la figure.



admet un **centre de symétrie**
admet deux **axes de symétrie**



n'admet pas de **centre de symétrie**
n'admet pas d'**axe de symétrie**



admet un **centre de symétrie**
n'admet pas d'**axe de symétrie**

Chapitre 10

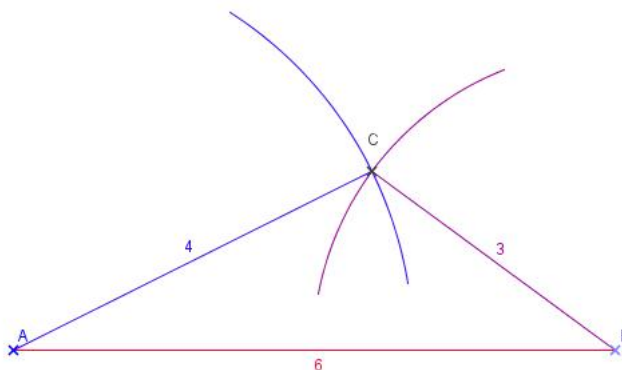
Triangles

I construction d'un triangle connaissant la longueur des trois côtés

Consigne :

Construis le triangle ABC avec :

- $AB = 6 \text{ cm}$
- $AC = 4 \text{ cm}$
- $BC = 3 \text{ cm}$



II existe ou n'existe pas ?

II - 1) activité

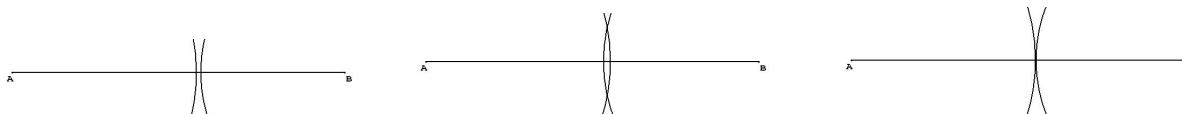
Consigne :

construis un triangle ABC avec :

- $AB = 9 \text{ cm}$
- $AC = 5 \text{ cm}$
- $BC = 4 \text{ cm}$

Remarques :

- ce triangle existe-t'il ou pas ?
- la réponse à la question ne doit pas dépendre de la qualité de la construction.
- il faut mettre en place une règle.



II - 2) règles

règle n°1

Pour qu'un triangle existe, il faut que **la somme des deux plus petites longueurs** soit **supérieure** à la longueur du troisième côté.

Cette règle s'appelle *l'inégalité triangulaire*.

exemples :

- * un triangle dont les côtés mesurent 7 cm, 4 cm et 5 cm existe : en effet, $4 + 5 > 7$.
- * un triangle dont les côtés mesurent 7 cm, 4 cm et 2 cm n'existe pas : en effet, $4 + 2 < 7$.

règle n°2

Si **la somme des deux plus petites longueurs** est **égale** à la longueur du troisième côté, alors le **triangle est plat**.

C'est le cas d'égalité dans l'inégalité triangulaire.

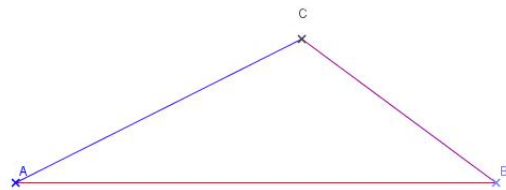
exemple : c'était le cas pour le triangle dont les côtés mesurent 9 cm, 5 cm et 4 cm car $4 + 5 = 9$

II - 3) propriété géométrique

le point C n'est pas sur le segment $[AB]$

revient à dire que

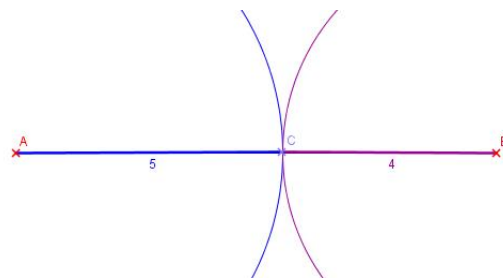
$$AC + BC > AB$$



le point C est sur le segment $[AB]$

revient à dire que

$$AC + BC = AB$$



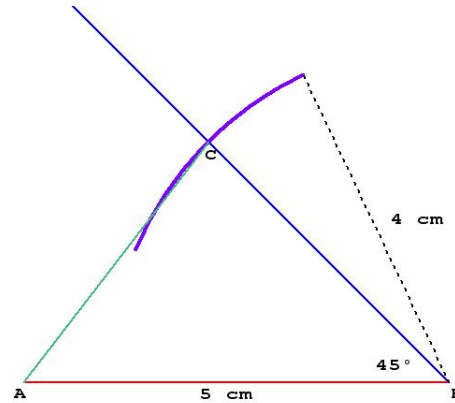
Remarque : l'inégalité triangulaire traduit le fait que le plus court chemin entre deux points est la ligne droite.

III autres constructions

III - 1) deux côtés et un angle

Construis le triangle ABC avec :

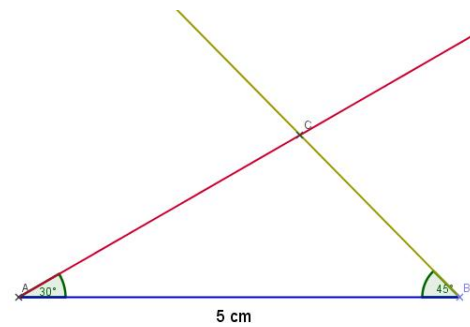
- $AB = 5 \text{ cm}$
- $BC = 4 \text{ cm}$
- $\widehat{ABC} = 45^\circ$



III - 2) deux angles et un côté

Construis le triangle ABC avec :

- $AB = 5 \text{ cm}$
- $\widehat{BAC} = 30^\circ$
- $\widehat{ABC} = 45^\circ$



IV somme des angles

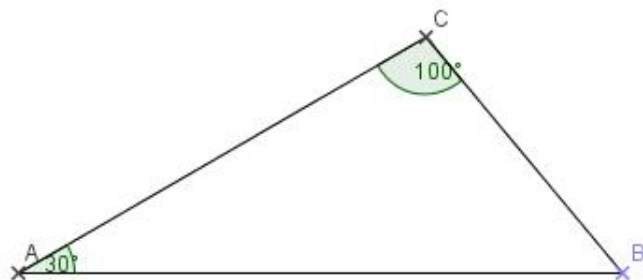
propriété

la somme des angles dans un triangle est égale à 180° .

exemple :

si on sait que $\widehat{BAC} = 30^\circ$, que $\widehat{ACB} = 100^\circ$, on peut connaître la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$:

$$\begin{aligned}\widehat{CBA} &= 180 - (30 + 100) \\ &= 180 - 130 \\ &= 50^\circ\end{aligned}$$



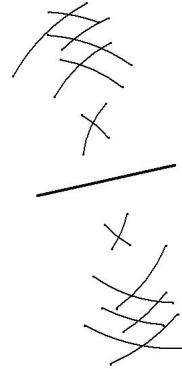
V médiatrice

V - 1) activité

1. tracer un segment $[AB]$.
2. construire un point situé à 4 cm de A et à 4 cm de B . (est-ce toujours possible?)
3. construire d'autres points **équidistants** des extrémités du segment $[AB]$.

Qu'observe-t'on ?

réponse : l'ensemble des points équidistants aux points A et B (c'est-à-dire les points qui sont situés à la même distance de A et de B) sont alignés : ils forment une droite.



V - 2) définition

la **médiatrice** du segment $[AB]$ est l'ensemble des points **équidistants** à A et B .

remarque importante : l'ensemble de ces points forme une droite.

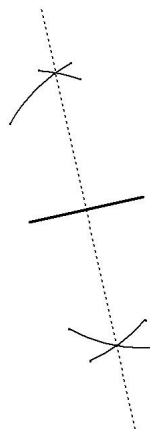
Autre formulation :

le point M est sur la médiatrice de $[AB]$

revient à dire

$$AM = MB$$

Construction :



V - 3) dans le triangle

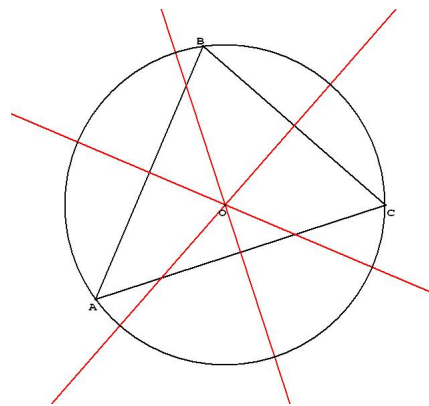
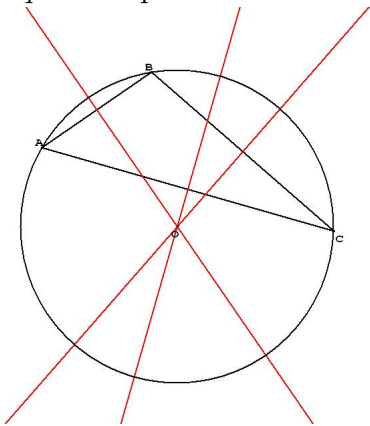
propriété 1

les trois médiatrices du triangles sont **concourantes**.

propriété 2

le point d'intersection des trois médiatrices est le centre du **cercle circonscrit** au triangle ABC .

remarque : on peut démontrer ces propriétés (en exercice).



question : le centre du cercle circonscrit au triangle est-il toujours à l'intérieur du triangle ?

VI les médianes

VI - 1) activité

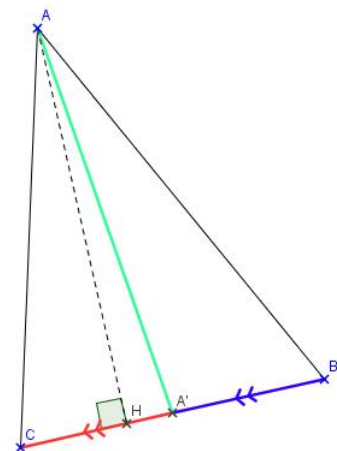
Question :

comment partager un triangle en deux triangles de même aire ?

Réponse : on construit le point A' , milieu du côté $[BC]$.

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{ABA'} &= \frac{\text{longueur de la base} \times \text{longueur de la hauteur}}{2} = \frac{AH \times A'B}{2} \\ \text{Aire}_{ACA'} &= \frac{\text{longueur de la base} \times \text{longueur de la hauteur}}{2} = \frac{AH \times A'C}{2} \end{aligned}$$

Comme $A'B = A'C$, cela prouve que ces deux triangles ont bien la même aire.



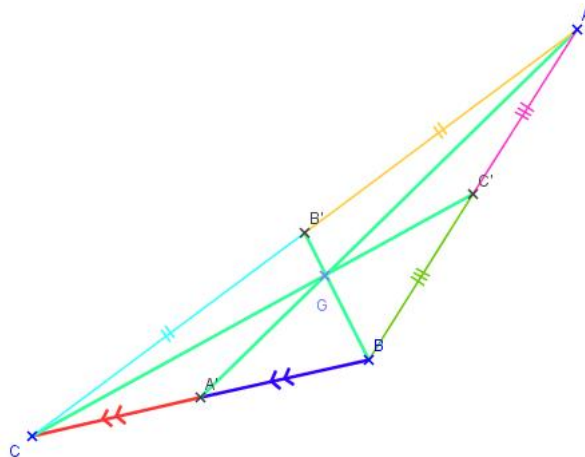
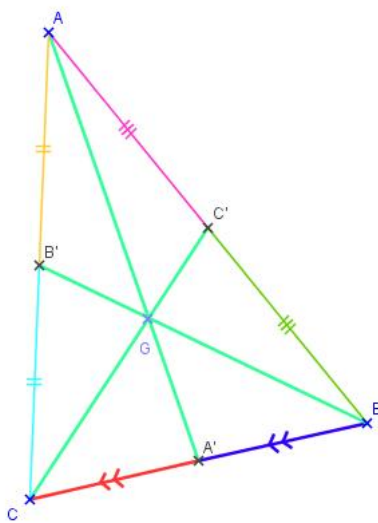
VI - 2) définition

Dans le triangle ABC , la **médiane** issue du sommet A est le segment qui joint le point A au milieu du côté opposé.

remarque : il y a **trois** médianes dans un triangle.

propriété (admise)

Les trois médianes d'un triangle se coupent en un seul point (elles sont concourantes) : **le centre de gravité du triangle**.



Chapitre 11

Angles

I vocabulaire

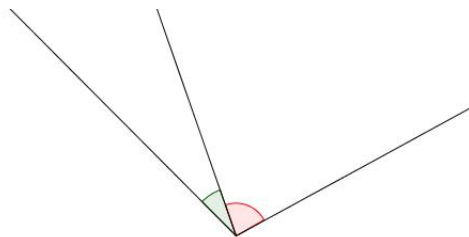
I - 1) angles adjacents

définition

Deux angles sont **adjacents** lorsque :

- ils ont le même sommet,
- ils ont un côté commun,
- ils sont situés de part et d'autre du côté commun.

exemple :

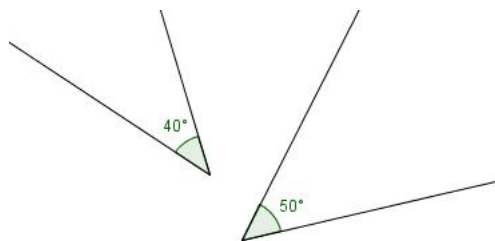


L'angle vert et l'angle rouge sont adjacents.

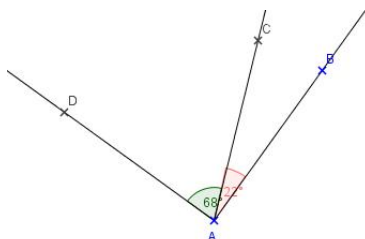
I - 2) angles complémentaires

définition

Deux angles dont la somme des mesures est égale à 90° sont dits **complémentaires**.



remarque : deux angles à la fois adjacents et complémentaires forment **un angle droit**.



D'une part, les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{CAB}$ sont adjacents.

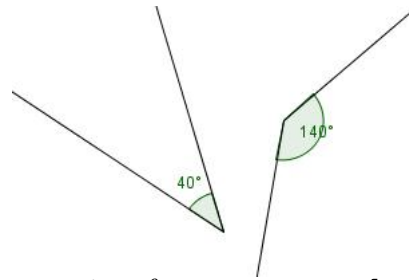
De plus, $\widehat{DAC} = 68^\circ$ et $\widehat{CAB} = 22^\circ$.

Comme $22^\circ + 68^\circ = 90^\circ$, on conclut que l'angle $\widehat{DAB}$ est un angle droit.

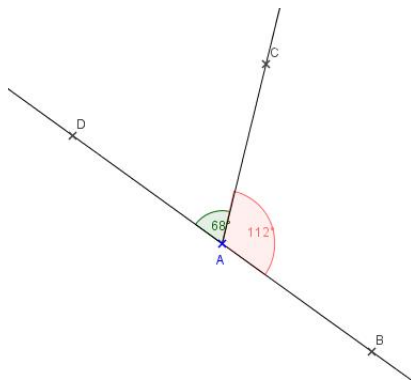
I - 3) angles supplémentaires

définition

Deux angles dont la somme des mesures est égale à 180° sont dits **supplémentaires**.



remarque : deux angles à la fois adjacents et supplémentaires forment **un angle plat**.



D'une part, les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{CAB}$ sont adjacents.

De plus, $\widehat{DAC} = 68^\circ$ et $\widehat{CAB} = 112^\circ$.

Comme $112^\circ + 68^\circ = 180^\circ$, on conclut que l'angle $\widehat{DAB}$ est un angle plat.

II des configurations particulières

remarque : une **configuration** est une situation de référence en géométrie.

II - 1) angles opposés par le sommet

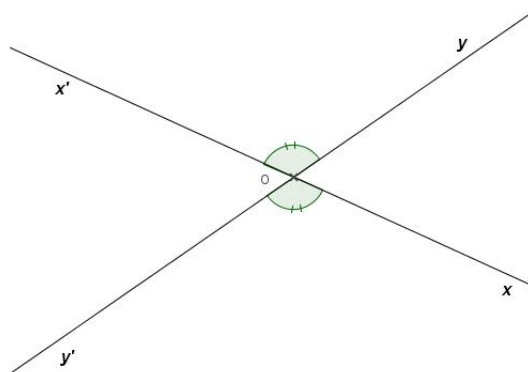
On se donne deux droites (xx') et (yy') sécantes (qui se coupent) en un point O.

définition : les angles $\widehat{x'Oy}$ et $\widehat{xOy'}$ sont **opposés par le sommet**.

remarque : les angles $\widehat{x'Oy'}$ et $\widehat{xOy}$ sont aussi opposés par le sommet.

propriété

Deux angles opposés par le sommet **ont la même mesure**.



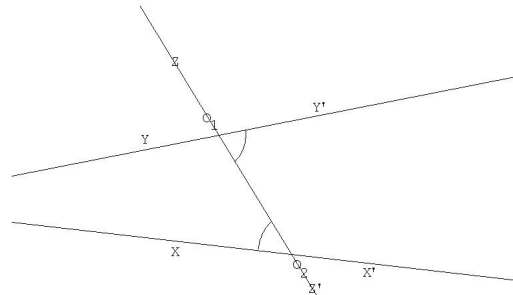
remarque : cette propriété peut se démontrer.

II - 2) angles alternes internes

définition

Deux droites et une autre droite sécante définissent des angles **alternes internes**.

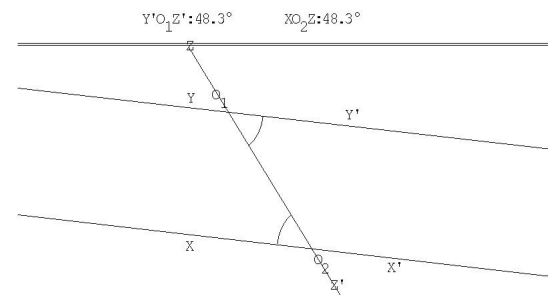
Ici : les angles $\widehat{xO_2z}$ et $\widehat{y'O_1z'}$ sont des angles alternes internes.



propriété

Deux droites **parallèles** et une sécante définissent des angles **alternes internes de même mesure**.

Ici : les droites (yy') et (xx') sont parallèles ; on peut conclure que les angles $\widehat{xO_2z}$ et $\widehat{y'O_1z'}$ sont de même mesure.



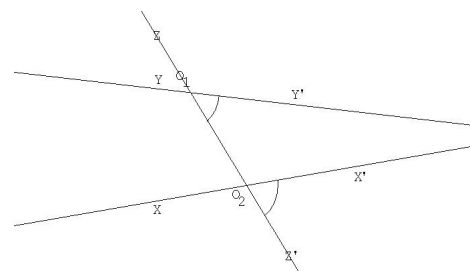
remarque : cette propriété peut se démontrer en utilisant la symétrie centrale.

II - 3) angles correspondants

définition

Deux droites et une autre droite sécante définissent des angles **correspondants**.

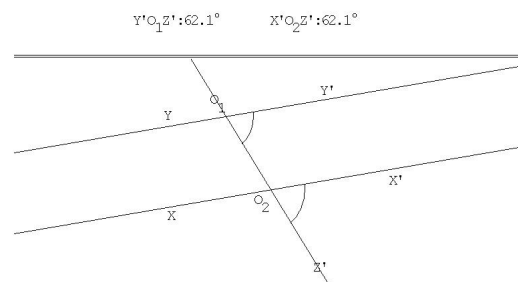
Ici : les angles $\widehat{z'O_2x'}$ et $\widehat{z'O_1y'}$ sont des angles correspondants.



propriété

Deux droites **parallèles** et une sécante définissent des angles **correspondants de même mesure**.

Ici : les droites (yy') et (xx') sont parallèles ; on peut conclure que les angles $\widehat{z'O_2x'}$ et $\widehat{z'O_1y'}$ sont de même mesure.



remarque : cette propriété peut se démontrer en utilisant les angles alternes internes et les angles opposés par le sommet.

III des cas de parallélisme

III - 1) angles alternes internes de même mesure

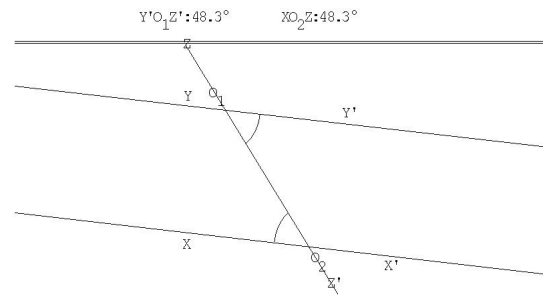
Propriété (admise)

Si deux angles alternes internes ont même mesure, **alors** les droites qui les définissent sont parallèles.

sur la figure ci-contre :

Si on sait que : $\widehat{y'O_1z'} = \widehat{xO_2z}$,

alors on peut conclure que : les droites (yy') et (zz') sont parallèles.



III - 2) angles correspondants de même mesure

Propriété (admise)

Si deux angles correspondants ont même mesure, **alors** les droites qui les définissent sont parallèles.

Chapitre 12

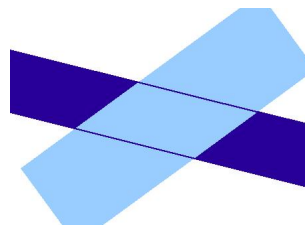
Parallélogramme

I définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont **parallèles**.

exemple :

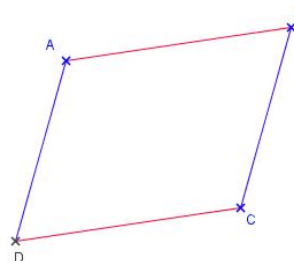
Le quadrilatère à l'intersection des deux bandes colorées est un parallélogramme.



propriétés :

* Si le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**,

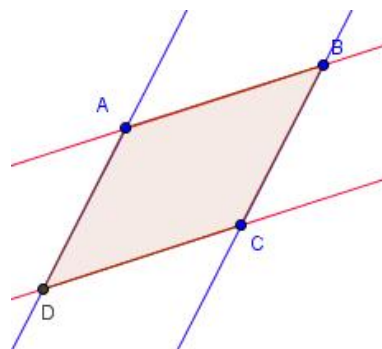
alors $\left\{ \begin{array}{l} \text{les droites } (AB) \text{ et } (CD) \text{ sont } \mathbf{parallèles} \\ \mathbf{et} \\ \text{les droites } (AD) \text{ et } (BC) \text{ sont } \mathbf{parallèles}. \end{array} \right.$



* Dans le quadrilatère $ABCD$,

si $\left\{ \begin{array}{l} \text{les droites } (AB) \text{ et } (CD) \text{ sont } \mathbf{parallèles} \\ \mathbf{et} \\ \text{les droites } (AD) \text{ et } (BC) \text{ sont } \mathbf{parallèles}. \end{array} \right.$

alors le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**.



II centre de symétrie d'un parallélogramme

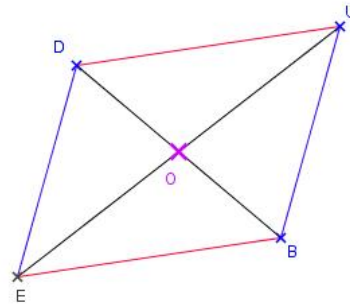
Propriété

Si un quadrilatère est un **parallélogramme**,
alors il possède un **centre de symétrie** : l'intersection de ses diagonales.

exemple :

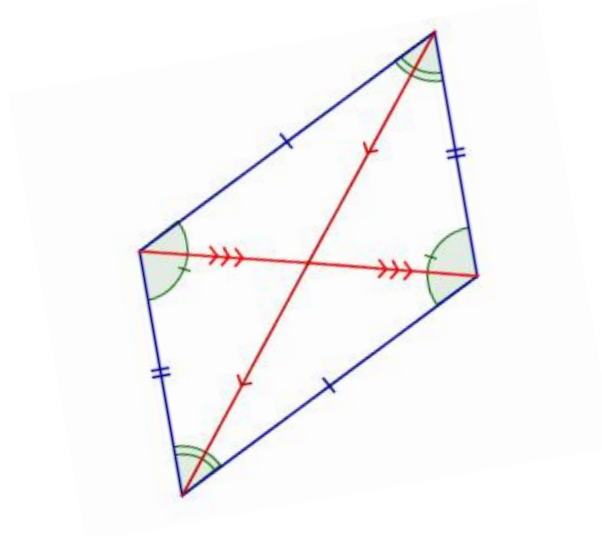
Le parallélogramme $DUBE$ admet O pour **centre de symétrie**.

remarque : on dit que le quadrilatère $DUBE$ est un **parallélogramme de centre O** .



III propriétés du parallélogramme

A retenir sous la forme de codages ou de textes :



- * les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur
- * les angles opposés d'un parallélogramme ont la même mesure
- * les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu

IV reconnaître un parallélogramme

IV - 1) par les côtés opposés

Si un quadrilatère **non croisé** a ses **côtés opposés parallèles deux à deux**,
alors ce quadrilatère est un **parallélogramme**.

remarques :

* cette propriété vient de la définition même d'un parallélogramme.

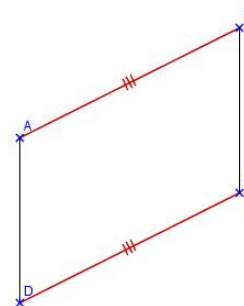
* les propriétés qui suivent sont *admisses* ; certaines pourront être *démontrées* en exercice ou en devoir à la maison.

Si un quadrilatère **non croisé** a **deux côtés opposés parallèles et de même longueur**,
alors ce quadrilatère est un **parallélogramme**.

exemple :

Les côtés $[AB]$ et $[CD]$ sont parallèles et de même longueur.

Donc, le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**.



$(AB) // (CD)$

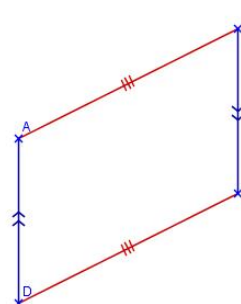
Si on sait qu'un quadrilatère a **ses côtés opposés deux à deux de même longueur**,
alors ce quadrilatère est un **parallélogramme**.

exemple :

* les côtés opposés $[AB]$ et $[DC]$ sont de même longueur.

* les côtés opposés $[AD]$ et $[BC]$ ont la même longueur.

Donc, le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**.



IV - 2) par les angles opposés

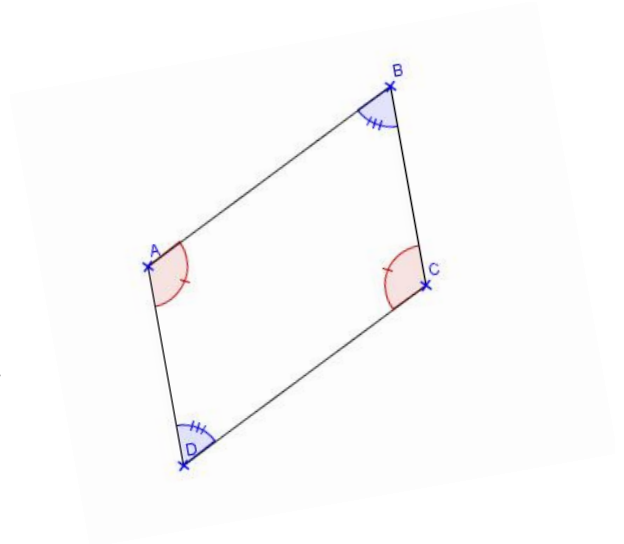
Si un quadrilatère a ses **angles opposés deux à deux de même mesure**,
alors ce quadrilatère est un **parallélogramme**.

exemple :

* Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BCD}$ ont la même mesure.

* Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CDA}$ ont la même mesure.

Donc, le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**.



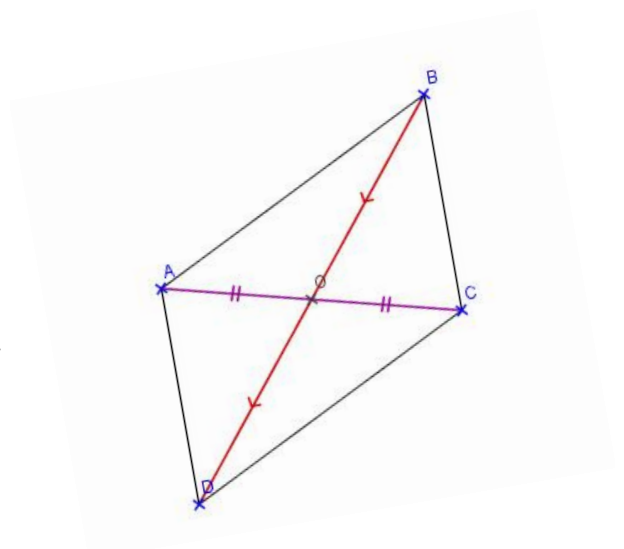
IV - 3) par les diagonales

Si un quadrilatère a ses **diagonales qui se coupent en leur milieu**,
alors ce quadrilatère est un **parallélogramme**.

exemple :

Le point O est le milieu des segments $[AC]$ et $[BD]$.

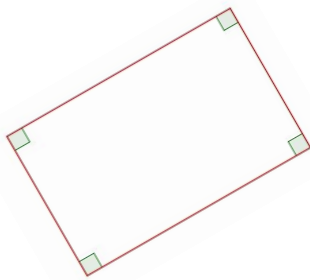
Donc, le quadrilatère $ABCD$ est un **parallélogramme**.



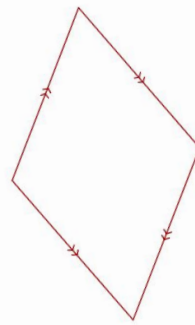
Chapitre 13

Symétries et figures usuelles

I parallélogrammes particuliers

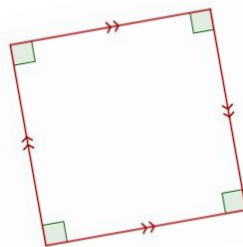


Un **rectangle** est un quadrilatère qui a **quatre angles droits**.



Un **losange** est un quadrilatère qui a **les quatre côtés égaux**.

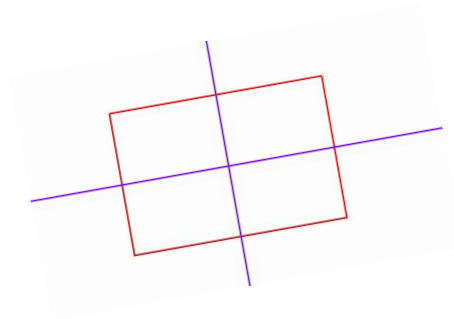
Un **carré** est un quadrilatère qui a **quatre angles droits** **et** **les quatre côtés égaux**.



II éléments de symétrie

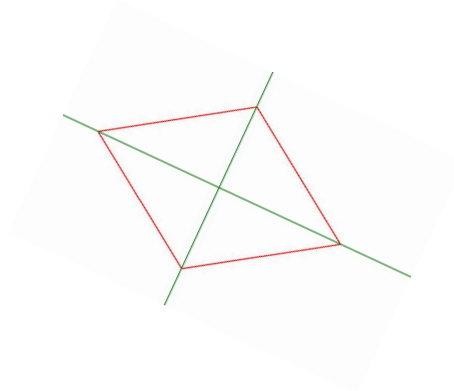
II - 1) le rectangle

- * le rectangle possède **deux axes de symétrie** qui sont les médiatrices de ses côtés
- * le rectangle possède **un centre de symétrie** : l'intersection des diagonales



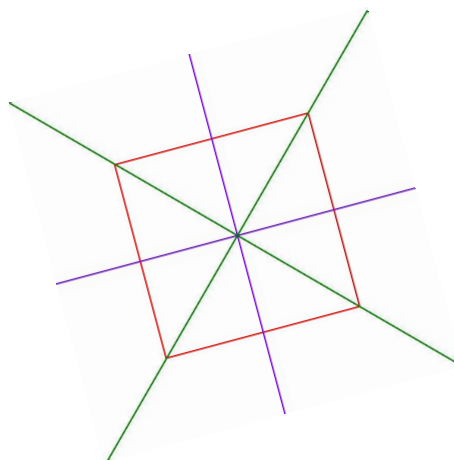
II - 2) le losange

- * le losange possède **deux axes de symétrie** qui sont ses diagonales
- * le losange possède **un centre de symétrie** : l'intersection des diagonales



II - 3) le carré

- * le carré possède **quatre axes de symétrie** : **ses diagonales** et **les médiatrices de ses côtés**
- * le carré possède **un centre de symétrie** : l'intersection des diagonales



III le rectangle

III - 1) propriétés

Un rectangle est un parallélogramme. Donc :

- * ses côtés opposés sont parallèles,
- * ses côtés opposés sont de même longueur,
- * ses diagonales se coupent en leur milieu.

Propriété propre au rectangle

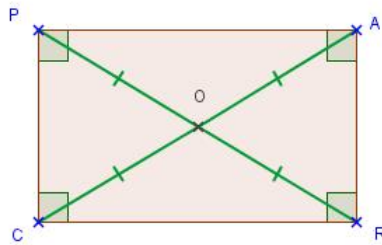
Les **diagonales** d'un rectangle ont la **même longueur**.

exemple :

Le parallélogramme $PARC$ est un rectangle,
donc :

$$PR = AC$$

remarque : $OP = OA = OR = OC$



III - 2) propriétés réciproques

Propriété 1

Si un **parallélogramme** possède un **angle droit**, alors c'est un **rectangle**.

exemple :

Le parallélogramme $ABCD$ a un angle droit,
donc : c'est un **rectangle**.

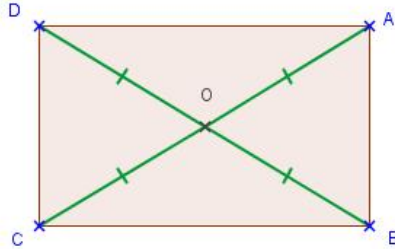


Propriété 2

Si un **parallélogramme** possède des **diagonales de même longueur**, alors c'est un **rectangle**.

exemple :

Le parallélogramme $ABCD$ est tel que $AC = BD$, donc : c'est un **rectangle**.



IV le losange

IV - 1) propriétés

Un losange est un parallélogramme. Donc :

- * ses côtés opposés sont parallèles,
- * ses côtés opposés sont de même longueur,
- * ses diagonales se coupent en leur milieu.

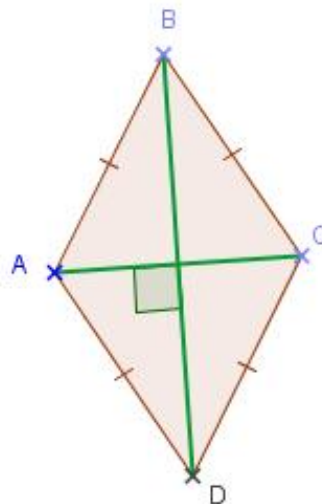
Propriété propre au losange

Les **diagonales** d'un losange sont **perpendiculaires**.

exemple :

Le parallélogramme $ABCD$ est un **losange**, donc :

$$(AC) \perp (BD)$$



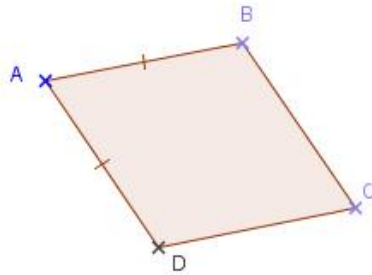
IV - 2) propriétés réciproques

Propriété 1

Si un **parallélogramme** a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un **losange**.

exemple :

Le parallélogramme $ABCD$ est tel que :
 $AB = BC$, donc : c'est un **losange**.

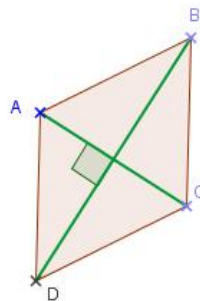


Propriété 2

Si un **parallélogramme** a des **diagonales perpendiculaires**, alors c'est un **losange**.

exemple :

Le parallélogramme $ABCD$ a ses diagonales perpendiculaires, donc : c'est un **losange**.

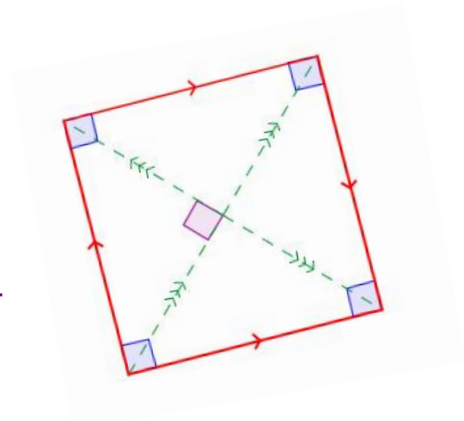


V le carré

Un **carré** est à la fois un **rectangle** et un **losange**.

remarque :

* un carré possède les propriétés du **rectangle** et du **losange**.



Chapitre 14

Prisme droit - Cylindre de révolution

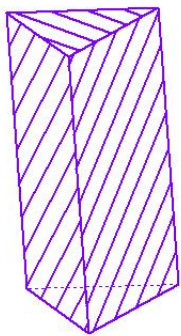
I prismes droits

I - 1) définition

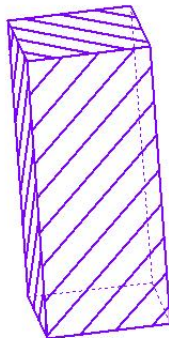
Un prisme droit est composé :

- de **deux faces parallèles et superposables** qui sont les **bases** du prisme. *Ces faces peuvent être des triangles, des carrés, des rectangles ...*
- de **faces latérales** qui sont des **rectangles**.

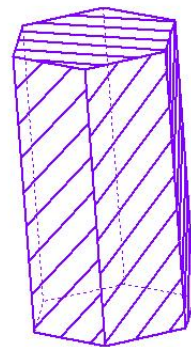
Voici des vues en **perspective** de différents prismes droits :



prisme à base triangulaire



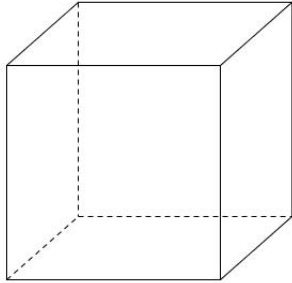
prisme à base rectangulaire



prise à base hexagonale

I - 2) deux exemples importants

a) le cube

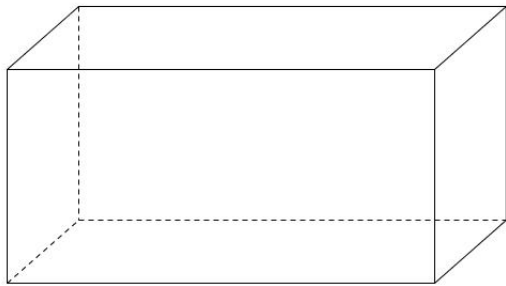


vue en **perspective** d'un cube

Un cube est composé de :

- 6 **faces** : chaque face est un carré.
- 8 **sommets**.
- 12 **arêtes** qui relient les sommets.

b) le parallélépipède rectangle (le pavé)



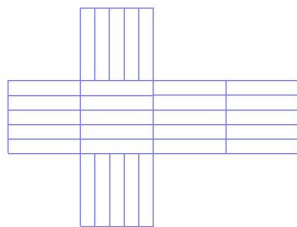
vue en **perspective** d'un pavé

Un pavé est composé de :

- 6 **faces** : chaque face est un rectangle ; les faces opposées sont identiques.
- 8 **sommets**.
- 12 **arêtes** qui relient les sommets.

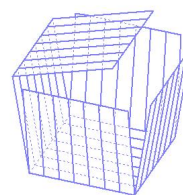
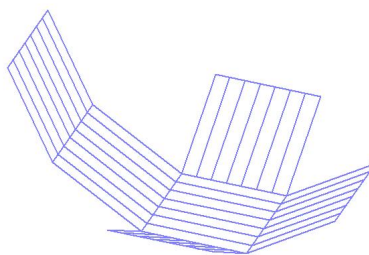
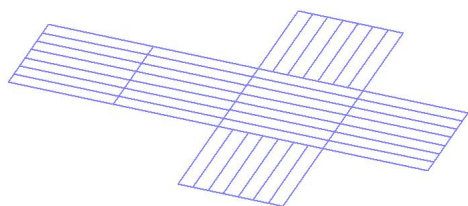
I - 3) patrons

a) cube

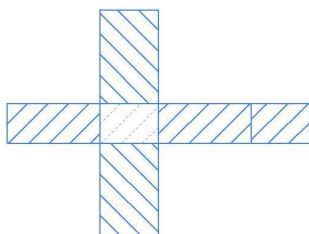


Remarques :

- Le patron est composé de carrés.
- Il existe plusieurs patrons possibles (11 en tout).

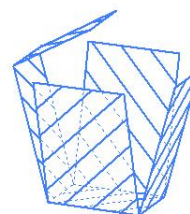
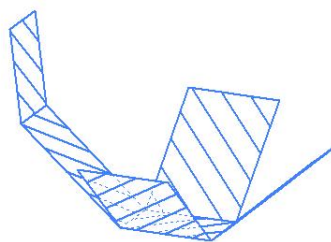
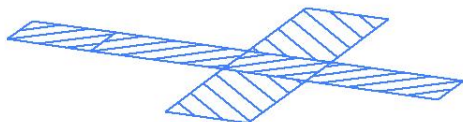


b) pavé



Remarques :

- Le patron est composé de rectangles.
- Les faces opposées sont identiques : il faut savoir les repérer sur le patron.
- Il existe plusieurs patrons possibles.

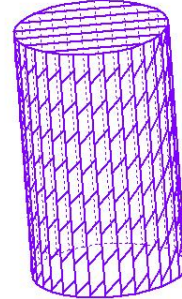


II cylindre

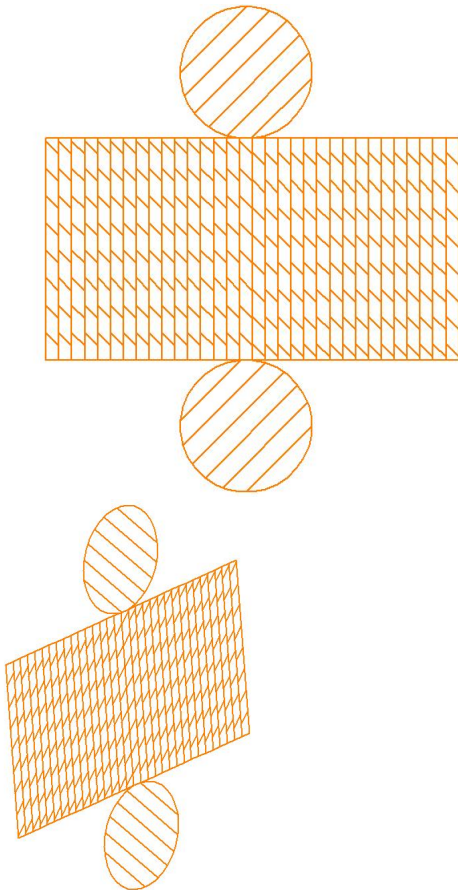
II - 1) description

Dans un cylindre (de révolution), les surfaces de base sont des disques.

Pour définir un cylindre, il faut connaître son **rayon** et sa **hauteur**.

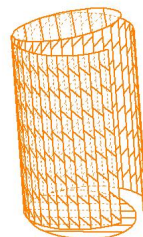
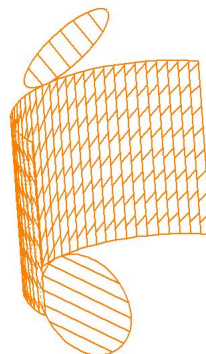


II - 2) patron



Remarque : le patron est composé :

- de deux disques (que l'on place où l'on veut). Leur rayon est le rayon du cylindre.
- d'un rectangle
 - * sa largeur est égale à la **hauteur du cylindre**
 - * sa longueur est égale au **périmètre des disques de base**.



Quatrième partie

Grandeurs et mesures

Chapitre 15

Durées, périmètres et aires

I calculs de durées, d'horaires

I - 1) définitions

L'unité de durée est la **seconde**, notée **s**.

Autres unités de durée :

- * la minute (notée *mn*) : **1 mn = 60 s**
- * l'heure (notée *h*) : **1 h = 60 mn = 3600 s**
- * le jour : 1 jour $\approx 24 h$; 1 jour est la durée d'une **rotation** de la Terre sur elle-même
- * l'année : 1 année ≈ 365 jours ; 1 année est la durée d'une **révolution** de la Terre autour du Soleil

I - 2) calcul d'une durée

exemple :

Je n'avais pas de chronomètre lors du cross du Collège ; j'ai regardé ma montre :

* heure de départ : 9 h 15 mn 25 s

* heure d'arrivée : 9 h 29 mn 13 s

Pour calculer mon temps au cross, deux méthodes :

méthode par « compléments »

$60 - 25 = 35$ et donc :

$$9\text{ h } 15\text{ mn } 25\text{ s} + 35\text{ s} = 9\text{ h } 16\text{ mn}$$

$29 - 16 = 13$ et donc :

$$9\text{ h } 16\text{ mn} + 13\text{ mn} = 9\text{ h } 29\text{ mn}$$

et : $9\text{ h } 29\text{ mn} + 13\text{ s}$ donne l'heure exacte d'arrivée.

Au total, j'ai mis : $13\text{ mn} + 35\text{ s} + 13\text{ s}$
c'est-à-dire $\boxed{13\text{ mn } 48\text{ s}}$

méthode par soustraction

La soustraction

$$\begin{array}{r} 9\text{ h } 29\text{ mn } 13\text{ s} \\ - 9\text{ h } 15\text{ mn } 25\text{ s} \\ \hline \end{array}$$

devient

(en se rappelant que $1\text{ mn} = 60\text{ s}$) :

$$\begin{array}{r} 9\text{ h } 28\text{ mn } 73\text{ s} \\ - 9\text{ h } 15\text{ mn } 25\text{ s} \\ \hline 13\text{ mn } 48\text{ s} \end{array}$$

J'ai donc mis $\boxed{13\text{ mn } 48\text{ s}}$

I - 3) convertir des durées

On écrit parfois les heures de manière décimale.

Quand on dit : « une heure trois quarts », cela s'écrit : $1,75\text{ h}$

Pour transformer cette écriture en $h\text{ mn}$, on écrit :

$$1,75\text{ h} = 1\text{ h} + 0,75\text{ h}$$

$$\text{Or, } 0,75\text{ h} = 0,75 \times 60\text{ mn} = 45\text{ mn}$$

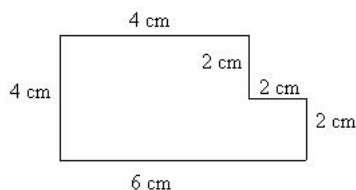
On obtient ainsi : $\boxed{1,75\text{ h} = 1\text{ h } 45\text{ mn}}$

II périmètre d'une figure

II - 1) définition

Le périmètre d'une figure est **la longueur du contour**.

exemple :



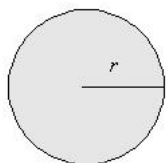
le périmètre de cette figure se calcule en faisant :

$$4 + 2 + 2 + 2 + 6 + 4 = 20\text{ cm}.$$

remarque : un périmètre est une **longueur** ; il s'exprime en mètres (m), en centimètres (cm), en millimètres (mm) etc.

II - 2) le disque

Un disque est la partie du plan délimitée par un cercle.



Le périmètre d'un disque de diamètre D est : $\pi \times D = \pi D$

Le périmètre d'un disque de rayon R est : $2 \times R \times \pi = 2\pi R$

exemple : circonférence d'un disque de rayon 10 cm : $2 \times \pi \times 10 \approx 2 \times 3,14 \times 10 \approx 62,8$ cm.

II - 3) convertir des longueurs

On peut utiliser un tableau de conversion des longueurs pour passer d'une unité à une autre :

Plaçons par exemple : 152 m 45,6 cm 46,123 dam

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
	1	5	2			
				4	5	6
	4	6	1	2	3	

Ce tableau nous permet de dire par exemple :

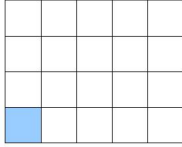
* 152 m = 1,52 hm = 0,152 km = 15200 cm

* 45,6 cm = 456 mm = 0,0456 dam

* 46,123 dam = 0,46123 km = 461230 mm

III aire de figures usuelles

III - 1) définition



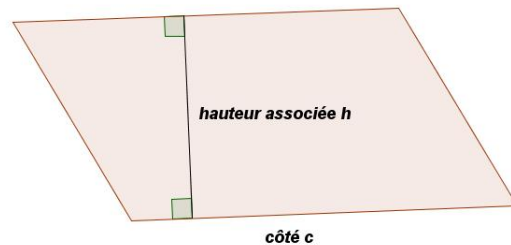
principe : l'aire de ce rectangle (exprimée en cm^2), c'est le nombre de carrés de 1 cm de côté que l'on peut placer à l'intérieur du rectangle.

Ici, le calcul à faire est : $5 \times 4 = 20$: l'aire de ce rectangle est égale à 20 cm^2 .

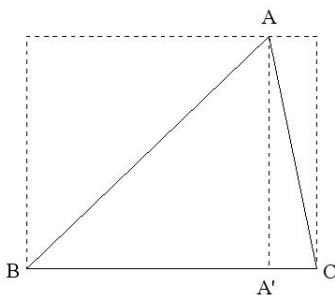
III - 2) aire d'un parallélogramme

L'aire d'un **parallélogramme** est égale au produit de la longueur d'un de ses côtés par la hauteur associée :

$$\text{Aire} = c \times h$$



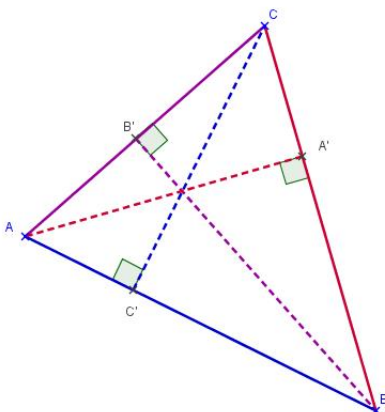
III - 3) aire d'un triangle quelconque



Pour calculer l'aire du triangle ABC , on peut le voir comme la moitié du rectangle de longueur $[BC]$ et de largeur $[AA']$.

$$\text{L'aire du triangle est donc : } \mathcal{A} = \frac{BC \times AA'}{2}.$$

Le segment $[AA']$ est une **hauteur** du triangle : elle part de A et coupe **perpendiculairement** le côté $[BC]$.



La formule générale de l'aire d'un triangle est :

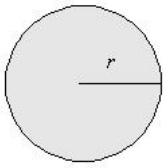
$$\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$$

Attention

Sous cette formule se cachent en fait **3** formules :

$$\mathcal{A} = \frac{BC \times AA'}{2} = \frac{AC \times BB'}{2} = \frac{AB \times CC'}{2}$$

III - 4) aire d'un disque



L'aire d'un disque de rayon R est égale à : $\pi \times R \times R = \pi R^2$

remarques :

Si l'on connaît le diamètre du disque :

- * on commence par calculer son rayon en divisant le diamètre par 2,
- * on peut alors utiliser la formule ci-dessus pour calculer l'aire du disque.

exemple :

Pour connaître l'aire $\mathcal{A}$ d'un disque de diamètre 6 m :

- * on calcule son rayon : $6 \div 2 = 3$ m
- * on applique la formule : $\mathcal{A} = \pi \times r^2 = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

L'aire, en mètres carrés, d'un disque de diamètre 6 m est égale à 9π .

En utilisant la calculatrice, on peut donner une valeur approchée de 9π
 Une valeur approchée par défaut au centième de cette aire est $\mathcal{A} \approx 28,27$ m².

III - 5) convertir des aires

On peut utiliser un tableau de conversion des aires pour passer d'une unité à une autre :

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
								1	6	3	4	2	
5	6	3	2	8	4								
					5	3	9	5	1				

Grâce à ce tableau, on peut dire que :

- $16,342 \text{ dm}^2 = 1634,2 \text{ cm}^2 = 163\,420 \text{ mm}^2$
- $56,3284 \text{ km}^2 = 5\,632,34 \text{ hm}^2 = 563\,284 \text{ dam}^2 = 56\,328\,400 \text{ m}^2$
- $5,3951 \text{ dam}^2 = 539,51 \text{ m}^2 = 5\,395\,100 \text{ mm}^2$

Chapitre 16

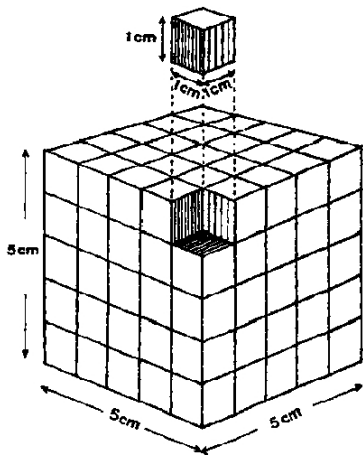
Volumes

I définition

I - 1) volume du cube

définition

Le **volume** d'un cube (exprimé en cm^3), c'est le **nombre de cubes** de 1 cm de côtés que l'on peut mettre à l'intérieur.



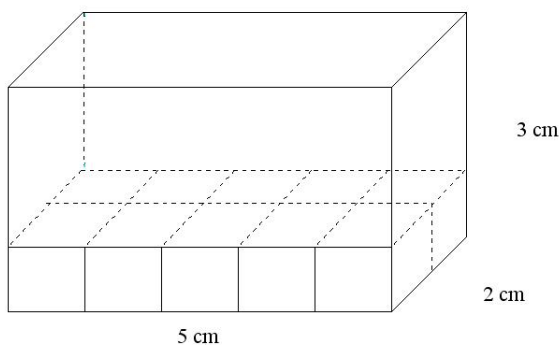
Dans la figure ci-contre, il y a : $5 \times 5 \times 5$ petits cubes.
or : $5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125$ et donc ce cube a un volume de 125 cm^3 .

Formule du volume d'un cube dont le côté est égal à a :

$$V = a \times a \times a$$

si a est en cm, V est en cm^3

I - 2) volume du pavé



Dans la figure ci-contre, il y a : $5 \times 2 = 10$ petits cubes au premier niveau.

Il y a 3 niveaux, donc au total :
 $10 \times 3 = 30$ petits cubes.

On aurait pu faire directement :
 $5 \times 2 \times 3 = 10 \times 3 = 30$ pour trouver le résultat.

Ce pavé a un volume de 30 cm^3 .

Formule du volume d'un pavé qui mesure a sur b sur c :

$$\mathcal{V} = a \times b \times c$$

* a , b et c doivent avoir **la même unité de longueur**,

* si a , b et c sont exprimés en **m**, $\mathcal{V}$ est en **m³**

II conversion de volumes

On peut utiliser un tableau de conversion des volumes pour passer d'une unité à une autre :

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
												1	6	3	4	2				
5	6	3	2	8	4															
						5	3	9	5	1	8	9								
																2	8	4	5	

Grâce à ce tableau, on peut dire que :

- $163,42 \text{ dm}^3 = 163\,420 \text{ cm}^3 = 0,16342 \text{ m}^3$
- $563,284 \text{ km}^3 = 563\,284 \text{ hm}^3 = 563\,284\,000 \text{ dm}^3$
- $2,845 \text{ cm}^3 = 2845 \text{ mm}^3 = 0,002845 \text{ dm}^3$

III volume et contenance

Un volume se mesure en « *quelque chose* »³ (exemple : m³, cm³, etc.).

Une contenance se mesure en Litres (L)

A retenir : **1 dm³ = 1 L**

exemple : $2,845 \text{ cm}^3 = 0,002845 \text{ dm}^3 = 0,002845 \text{ L}$

IV volume d'un prisme et d'un cylindre

IV - 1) volume d'un prisme

formule : $\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h$

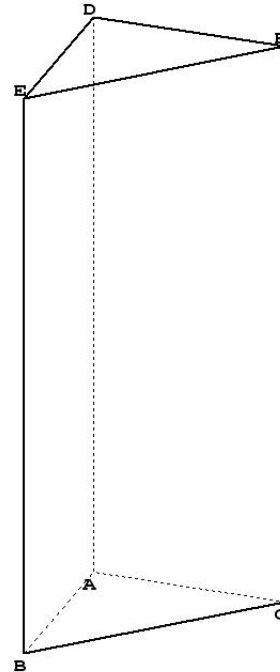
avec :

- $\mathcal{A}_{base}$: aire de la base du prisme
- h : hauteur du prisme

exemple : On considère un prisme dont la base est un triangle ABC rectangle en A avec : $AB = AC = 10$ cm, de hauteur $h = 30$ cm.

$$\mathcal{A}_{base} = \frac{10 \times 10}{2} = 50 \text{ cm}^2$$

$$\text{et donc : } \mathcal{V} = \mathcal{A} \times h = 50 \times 30 = 1500 \text{ cm}^3$$



IV - 2) volume d'un cylindre

formule : $\mathcal{V} = \mathcal{A}_{base} \times h$

avec :

- $\mathcal{A}_{base}$: aire du disque qui constitue la base du cylindre
- h : hauteur du cylindre

remarque : on peut faire évoluer cette formule car, pour un disque de rayon R , on a : $\mathcal{A}_{base} = \pi \times R \times R$

Cela donne, pour un cylindre de rayon R et de hauteur h :

$$\mathcal{V}_{cylindre} = \pi \times R \times R \times h$$

exemple : le volume d'un cylindre de 4 cm de rayon et de 10 cm de hauteur est égal à :

$$\mathcal{V} = \pi \times 4 \times 4 \times 10 = 160 \times \pi \approx 502,65 \text{ cm}^3$$

