

# Chapitre 5

## Equations et équations produit nul

### I équation du premier degré à une inconnue

#### I - 1) activité

On cherche trois nombres entiers consécutifs qui ont pour somme 1266.

*Méthode possible* : faire des essais ... ça peut être un peu long !

#### I - 2) méthode de résolution d'une équation

Le but est d'isoler progressivement l'inconnue.

On pourra :

- additionner ou soustraire un nombre **de chaque côté** du signe « = »,
- multiplier ou diviser par un nombre (non nul) **de chaque côté** du signe « = ».

exemples :

$7x + 9 = 5x - 2$	<p>on cherche à n'avoir que des <math>x</math> à gauche : on va faire « <math>-9</math> » de chaque côté</p> <p>on va faire <math>-5x</math> de chaque côté</p> <p>on arrange <math>7x - 5x</math></p> <p>on veut faire éliminer le <b>coefficient multiplicatif</b> « <math>\times 2</math> » placé devant <math>x</math> : on va <b>diviser par deux</b> de chaque côté</p> <p>reste à terminer ...</p>
$5x - 9 = 6x - 2$	<p>on cherche à n'avoir que des <math>x</math> à gauche : on va faire « <math>+9</math> » de chaque côté</p> <p>on va faire <math>-6x</math> de chaque côté</p> <p>on arrange <math>5x - 6x</math></p> <p>on veut faire éliminer le <b>coefficient multiplicatif</b> « <math>\times(-1)</math> » placé devant <math>x</math> : on va <b>diviser par (-1)</b> de chaque côté</p> <p>reste à terminer ...</p>
$\frac{2}{3}x - \frac{4}{5} = 6x + 4$	<p>on cherche à n'avoir que des <math>x</math> à gauche : on va faire « <math>+\frac{4}{5}</math> » de chaque côté</p> <p>on va faire <math>-6x</math> de chaque côté</p> <p>on arrange <math>\frac{2}{3}x - 6x</math></p> <div data-bbox="641 1559 1382 1767" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"><p>on veut faire éliminer le <b>coefficient multiplicatif</b> « <math>\times(-\frac{16}{3})</math> » placé devant <math>x</math> : on va <b>diviser</b> par <math>(-\frac{16}{3})</math> de chaque côté, c'est-à-dire <b>multiplier</b> par <math>(-\frac{3}{16})</math> de chaque côté</p></div> <p>reste à terminer ...</p>

### I - 3) résolution du problème

On résout le problème du paragraphe 1 en s'occupant de l'équation :  $3n + 3 = 1266$

*Conclusion* : les nombres cherchés sont : 421, 422 et 423.

## II équation « produit nul »

### II - 1) règle

Un produit est nul si **au moins** un des facteurs est nul.

Autre formulation : si  $A \times B \times C = 0$ , alors :

### II - 2) méthode

$$(3x + 9)(5x - 1)(x + 7) = 0$$

on a une forme **factorisée** : la garder !

*Conclusion* : les solutions sont

## II - 3) résolution de : $x^2 = a$

*activité* : on montre que la résoudre l'équation  $x^2 = 9$  revient à résoudre l'équation :

$$(x - 3)(x + 3) = 0$$

De manière plus générale :

Si  $a$  est un nombre positif, l'équation  $x^2 = a$  admet **deux** solutions :

*remarques* :

- si  $a$  est négatif, il n'y a pas de solution à l'équation : aucun nombre mis au carré ne peut être égal à un nombre négatif.
- si  $a$  est égal à 0, il y a en fait une seule solution : 0.
- on peut faire le lien entre ce travail et la représentation graphique de la fonction :  $f(x) = x^2$ .

*exemples* :

\*  $x^2 = -2$

\*  $x^2 = 15$

\*  $x^2 = 25$