

Chapitre 2

Calcul littéral

I développement

« développer » une expression, c'est transformer un produit en une somme.

I - 1) distributivité

On a démontré en classe la formule suivante :

Pour tout nombre a , b et k , on a :

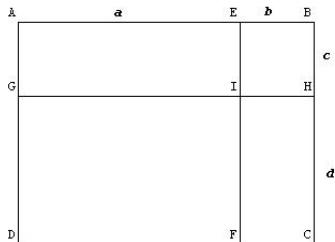
$$k \times (a + b) =$$

exemples :

$$15 \times 12 =$$

$$7(2x + 5) =$$

activité : on va chercher à exprimer l'aire du rectangle ABCD de deux manières différentes.



* D'une part : $\mathcal{A}_{ABCD} =$

* D'autre part :

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{AEIG} + \mathcal{A}_{EBHI} + \mathcal{A}_{IHCF} + \mathcal{A}_{GIFD},$$

ce qui donne : $\mathcal{A}_{ABCD} =$

Ceci permet de donner la formule suivante (dite de « **la double distributivité** ») :

Pour tout nombre a , b , c et d , on a :

$$(\textcolor{red}{a} + \textcolor{blue}{b}) \times (c + d) =$$

exemples :

$$32 \times 24 =$$

$$(\textcolor{red}{x} + \textcolor{blue}{2})(2x - 3) =$$

I - 2) produits remarquables

Les trois résultats qui suivent se démontrent géométriquement ou à partir de la double distributivité.

a) produit remarquable n°1

Pour tout nombre $\textcolor{blue}{a}$ et $\textcolor{red}{b}$,

$$(\textcolor{blue}{a} + \textcolor{red}{b})^2 =$$

exemples :

$$- (\textcolor{blue}{x} + \textcolor{red}{3})^2 =$$

$$- (5x + 4)^2 =$$

$$- \left(\frac{3}{2}x + \textcolor{red}{5} \right)^2 =$$

remarques :

$$* (\textcolor{blue}{a} + \textcolor{red}{b})^2 = \textcolor{blue}{a}^2 + 2 \times \textcolor{blue}{a} \times \textcolor{red}{b} + \textcolor{red}{b}^2 \text{ s'écrit aussi : } (\textcolor{blue}{a} + \textcolor{red}{b})^2 = \textcolor{blue}{a}^2 + 2\textcolor{blue}{a}\textcolor{red}{b} + \textcolor{red}{b}^2$$

* le développement est composé de 3 termes : $\textcolor{blue}{a}^2$, $\textcolor{red}{b}^2$ et $2\textcolor{blue}{a}\textcolor{red}{b}$

* $2\textcolor{blue}{a}\textcolor{red}{b}$ est appelé le

b) produit remarquable n°2

Pour tout nombre $\textcolor{blue}{a}$ et $\textcolor{red}{b}$,

$$(\textcolor{blue}{a} - \textcolor{red}{b})^2 =$$

exemples :

$$- (\textcolor{blue}{x} - \textcolor{red}{3})^2 =$$

$$- (5x - 4)^2 =$$

$$- \left(\frac{3}{2}x - \textcolor{red}{5} \right)^2 =$$

c) produit remarquable n°3

Pour tout nombre a et b ,
$$(a - b)(a + b) =$$

exemples :

$$* \quad (\textcolor{blue}{x} - \textcolor{red}{3})(\textcolor{blue}{x} + \textcolor{red}{3}) =$$

$$* \quad (\textcolor{blue}{5x} + \textcolor{red}{4})(\textcolor{blue}{5x} - \textcolor{red}{4}) =$$

$$* \quad \left(\frac{3}{2}\textcolor{blue}{x} - \textcolor{red}{5}\right)\left(\frac{3}{2}\textcolor{blue}{x} + \textcolor{red}{5}\right) =$$

II factorisation

« factoriser » une expression, c'est transformer une suite de sommes et de différences en un produit.

Le principe est d'utiliser les égalités vues pour le développement « dans l'autre sens ».

Méthode :

1. identifier si l'expression est **une différence de deux carrés**, du type $A^2 - B^2$,
2. si ce n'est pas le cas, chercher un **facteur commun**,
3. si on ne voit pas de facteur commun, reconnaître s'il s'agit d'une forme développée du type $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$,
4. si ce n'est pas le cas, il faut faire des transformations pour faire apparaître un facteur commun

exemple 1 :

Factoriser $4x^2 + 12x + 9$

exemple 2 :

Factoriser $25 - (x + 1)^2$

exemple 3 :

$$\text{Factoriser } (5x - 2)(x + 3) - (x + 3)(2x - 3)$$

exemple 4 :

$$\text{Factoriser } 4x + 4 + (x + 1)^2$$