

Chapitre 13

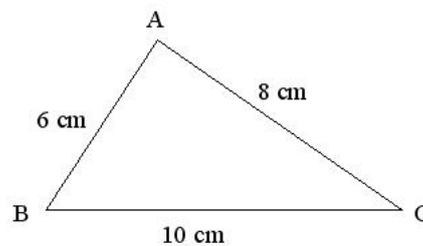
Triangles rectangles. Trigonométrie

I reconnaître un triangle rectangle

I - 1) par la réciproque du théorème de Pythagore

Activité : le triangle ABC est-il rectangle ?

Remarquons que s'il est rectangle,

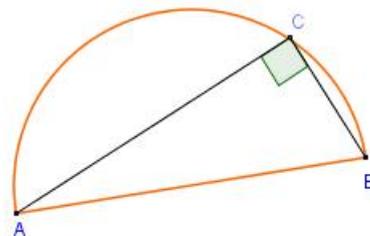


I - 2) dans un demi cercle

Si on sait qu'un triangle est **inscrit dans un demi-cercle**, c'est-à-dire :

—
—

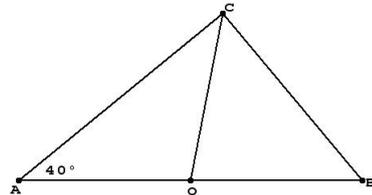
alors ce triangle est rectangle.



remarque : ce résultat se démontre grâce au théorème de l'angle inscrit / angle au centre (voir le chapitre 14).

I - 3) par calcul d'angles

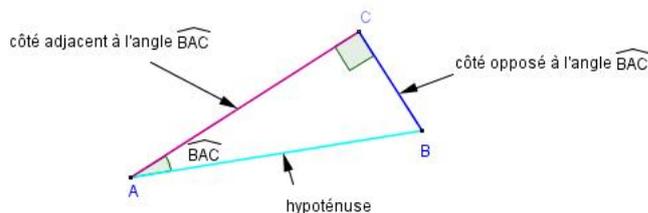
Activité : dans le triangle ABC, $AO=OB=OC$ et $\widehat{BAC} = 40^\circ$. ABC est-il rectangle ?



remarque : ce raisonnement peut se généraliser ; si on remplace l'angle de 40° par une autre valeur, on a le même résultat ; ceci permet de donner le résultat suivant :

II cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

II - 1) définitions



cosinus de l'angle \widehat{BAC} :

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{BA}{BC}$$

sinus de l'angle \widehat{BAC} :

$$\sin(\widehat{BAC}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle}}{\text{longueur de l'hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

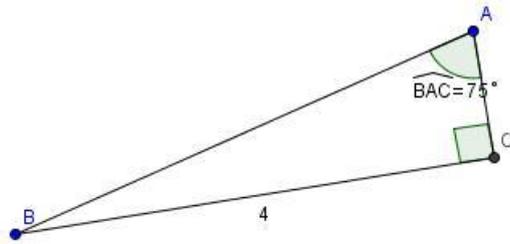
tangente de l'angle \widehat{BAC} :

$$\tan(\widehat{BAC}) = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle}} = \frac{AC}{AB}$$

II - 2) calcul de longueurs

Dans un triangle rectangle, connaissant une longueur et un angle, on peut connaître la longueur des autres côtés.

On veut calculer la longueur du segment $[BA]$:



- On a trouvé la **valeur exacte** :
- Avec la calculatrice, on obtient une **valeur approchée** au millimètre : $BA \approx$

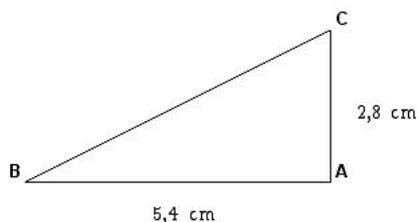
Remarques :

- au départ, si on ne sait pas s'il faut utiliser *cosinus*, *sinus* ou *tangente*, les essayer chacun leur tour et voir lequel est adapté à l'exercice.
- bien vérifier que la calculatrice est réglée pour des angles en degrés (**DEG**).
- penser à **vérifier si le résultat est cohérent** : trouver l'hypoténuse plus petit qu'un autre côté ne va pas !

II - 3) calcul d'angles

Dans un triangle rectangle, connaissant deux longueurs, on peut connaître les mesures des angles.

On veut calculer la mesure de l'angle \widehat{ABC} :



- On a trouvé une **valeur approchée**, au dixième de degré :

II - 4) deux formules de trigonométrie

Pour tout angle aigu de mesure α , on a :

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \quad \text{et} \quad \cos(\alpha)^2 + \sin(\alpha)^2 = 1$$

Remarque : ces deux formules peuvent se démontrer.

exemple :

x est la mesure d'un angle tel que : $\sin(x) = 0,6$

Calcul du cosinus de cet angle :