

Exercice 1 :

1) $4x - 6 = 4x + 5$

$4x - 4x - 6 = 4x - 4x + 5$

$0x - 6 + 6 = 0x + 5 + 6$

$0 = 11$

2) $3(x - 2) = 3x - 6$

$3x - 3 \times 2 = 3x - 6$

$3x - 3x - 6 + 6 = 3x - 3x - 6 + 6$

$0 = 0$

ces drôles de résultats signifient juste que :

* dans le premier cas : $0 = 11$ n'est jamais vrai : il n'existe aucune valeur de x qui vérifie l'équation.

Pas de solution

* dans le deuxième cas, $0 = 0$ est toujours vrai, ce qui signifie que n'importe quelle valeur de x est solution.

Une infinité de solutions, n'importe quel nombre.

Exercice 2 :

Pour résoudre l'équation $\frac{2}{3}x - 4 = \frac{4}{5}$, Pierre (qui n'aime pas trop les fractions), décide de multiplier à gauche par 3 et à droite par 5 : est-ce une bonne idée ?

Non, ce n'est pas une bonne idée, car l'équation que l'on écrirait la ligne suivante ne voudrait plus dire la même chose que dans la ligne précédente.

Le cours explique que **l'équation reste la même si on multiplie à gauche et à droite du signe « = » par le même nombre (non nul)**.

Multiplier à gauche par 3 et à droite par 5 est donc une grosse erreur !

Par combien faut-il multiplier (à gauche et à droite) pour faire « disparaître » les fractions ? Procéder ainsi et résoudre l'équation.

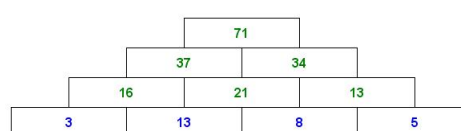
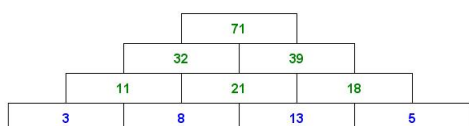
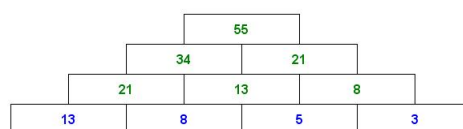
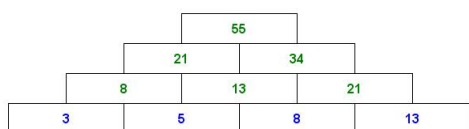
Il faudrait multiplier à gauche par 3 pour faire « disparaître » le dénominateur de gauche ; il faudrait multiplier par 5 à droite pour faire « disparaître » le dénominateur de droite.

En multipliant par $3 \times 5 = 15$ des deux côtés du signe « = », on fait bien « disparaître » les dénominateurs. Comme on a multiplié des deux côtés du signe « = » par le même nombre, le travail est correct.

Cela donne :

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x - 4 &= \frac{4}{5} \\ 15 \times \left(\frac{2}{3}x - 4 \right) &= 15 \times \frac{4}{5} \\ \frac{5 \times 3 \times 2}{3}x - 15 \times 4 &= \frac{5 \times 3 \times 4}{5} \\ 10x - 60 &= 12 \\ 10x &= 12 + 60 \\ 10x &= 72 \\ x &= \frac{72}{10} = \frac{36 \times 2}{2 \times 5} = \frac{36}{5} = 7,2 \end{aligned}$$

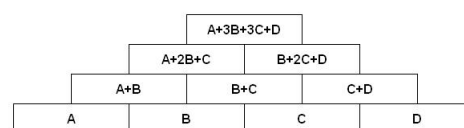
Exercice 3 :



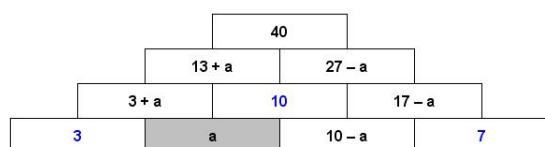
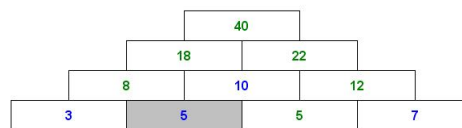
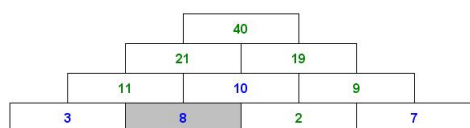
Pour obtenir le plus grande nombre possible au sommet, il faut placer les plus grands nombres dans les deuxièmes et troisièmes cases de la première ligne.

Il y a plusieurs solutions possibles.

Pour prouver ce résultat, on peut placer les lettres a , b , c et d dans les quatre cases du bas de la pyramide : on obtient au sommet $a + 3b + 3c + d$.



Si on veut que cette case ait la plus grande valeur possible, il faudra donc que b et c soient les plus grands possibles : il faut placer les plus grands nombres aux 2^{ème} et 3^{ème} case.



Même si on faisait des milliers d'essais, cela ne prouverait pas que le nombre au sommet est toujours 40 ... pourtant, on a bien l'impression que c'est le cas !

Le **calcul littéral** apparaît indispensable pour en faire la preuve.

On va noter a le nombre qui va dans la case grisée : cette lettre représente un nombre quelconque (entier, décimal, fractionnaire ... négatif si on veut)

* Au premier niveau, la case qui est à droite de la case grisée est la différence entre 10 et a ; c'est : $10 - a$.

* Au deuxième niveau, la case qui est au-dessus de 3 et de a est la somme de 3 et de a ; c'est : $3 + a$.

* Au deuxième niveau, la case tout à droite est la somme de $10 - a$ et 7 ; c'est : $10 - a + 7 = 17 - a$.

On comprend les écritures du troisième niveau (comme somme des deux cases en dessous).

Pour le quatrième niveau, on doit faire la somme de $13 + a$ et de $27 - a$; ça donne : $13 + a + 27 - a = 13 + 27 + a - a = 40$.

Ainsi, quelle que soit la valeur du nombre dans la case grisée, le résultat au sommet est 40.