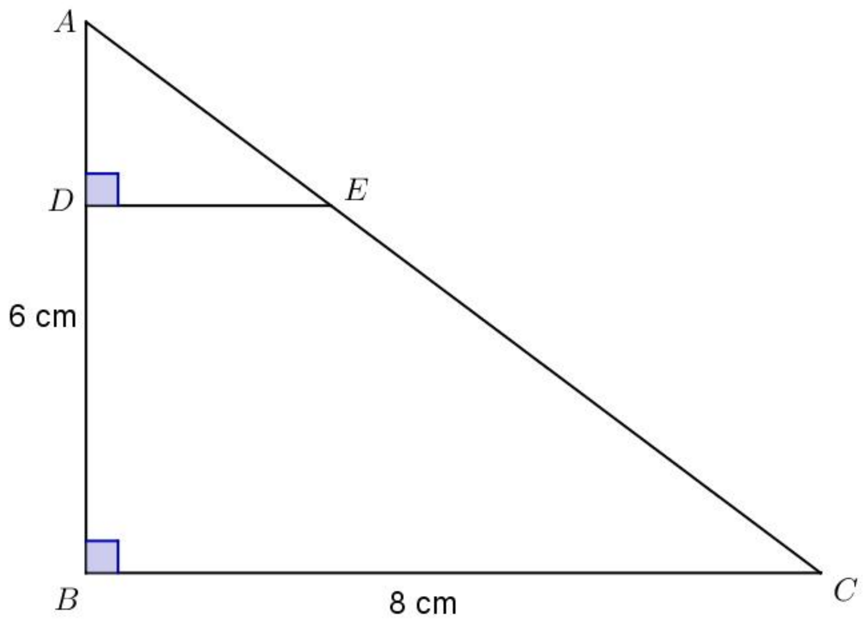
Devoir Maison n°10

Proposition de corrigé

Le but de ce devoir à la maison est de travailler sur la notion de coefficient d'agrandissement et de réduction d'une figure, et de les appliquer dans des calculs d'aires et de volumes.

I aire

Dans la figure ci-dessous :
- le point D est placé au tiers du segment $[AB]$;
- $BC = 8$ cm ;
- $AB = 6$ cm ;
- les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont droits.



1. Calcule l'aire du triangle ABC.

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{6 \times 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

2. Calcule l'aire du triangle ADE.

Il faut déjà déterminer les longueurs AD et DE pour pouvoir calculer l'aire de ce triangle rectangle.

– les droites (AB) et (AC) sont sécantes en A ;
– les points A, E, C d'une part, et A, D, B d'autre part, sont alignés dans cet ordre ;
– les droites (DE) et (BC), toutes deux perpendiculaires à (AB), sont parallèles.

On est donc dans une configuration de Thalès, les triangles ABC et ADE sont proportionnels.

Il est dit que le point D est placé au tiers du segment $[AB]$: $AD = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ cm.

On en déduit que $DE = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 8 = \frac{8}{3}$

Alors : $\mathcal{A}_{ADE} = \frac{2 \times \frac{8}{3}}{2} = \frac{8}{3}$ cm^2

3. Par combien faut-il diviser l'aire du grand triangle pour obtenir celle du petit triangle ?

On doit passer de 24 à $\frac{8}{3}$: il faut **diviser** 24 **par 9** pour obtenir ce résultat.

4. Peux-tu généraliser ce résultat ?

Pour un triangle dont **les longueurs sont 3 fois plus petites**, **l'aire est 9 fois plus petite**.

On peut généraliser en disant que si les **longueurs sont divisées par un coefficient** k , **les aires sont divisées par** k^2 .

5. Peux-tu expliquer ce résultat ?

Cela vient du fait que quand on calcule une aire, on multiplie les longueurs entre elle.

Pour le carré, l'aire s'obtient en faisant « côté × côté » et donc, si une longueur est divisée par k, l'aire sera divisée par $k \times k$, autrement dit par k^2.

remarque : tu peux aussi utiliser le dernier exercice du Brevet Blanc n°2 où on demandait ce type de travail.

Dans le Brevet Blanc, on a construit un triangle dont les longueurs sont deux fois plus petites que le grand triangle.

On a donc diviser l'aire du grand triangle par 2^2 c'est-à-dire par 4.

Autrement dit, l'aire du petit triangle représente le quart de l'aire du grand triangle.

II volume

Rappelle-toi de l'ex 6 du DS n°3 dont on rappelle la consigne :

Paul a calculé le volume d'un cube de 5 cm d'arête ; il a fait :

$$\mathcal{V}_{cube} = c^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

Il doit calculer le volume d'un cube dont les dimensions sont deux fois plus grandes, c'est-à-dire un cube de 10 cm de côté.
Il se dit : « *c'est facile, le volume est deux fois plus grand, ça fera* $125 \times 2 = 250$ *cm*^{3} *et voilà !* »
A-t-il raison ?

1. Par combien faut-il multiplier le volume du cube initial ?

   $\mathcal{V}_{initial} = 125 \text{ cm}^3$

   $\mathcal{V}_{agrandi} = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3$

   Pour passer de 125 à 1000, **on multiplie par 8**.

2. Peux-tu généraliser ce résultat ?

   Ici, les longueurs du cube agrandi sont **2 fois plus grandes**, et **le volume est 8 fois plus grand**.

   On peut généraliser en disant que si les **longueurs sont multipliées par un coefficient** k **, les volumes sont multipliés par** k^3 .

3. Peux-tu expliquer pourquoi ça se passe ainsi ?

   Reprenons le calcul du cube agrandi :

   $\mathcal{V}_{agrandi} = (5 \times 2) \times (5 \times 2) \times (5 \times 2) = 5^3 \times 2^3 = \mathcal{V}_{initial} \times 2^3$

   Plus généralement, si on multiplie les dimensions du cube (c'est à dire la longueur de son côté que l'on va noter c) par un coefficient k, cela donne :

   $\mathcal{V}_{agrandi} = (c \times k) \times (c \times k) \times (c \times k) = c^3 \times k^3 = \mathcal{V}_{initial} \times k^3$