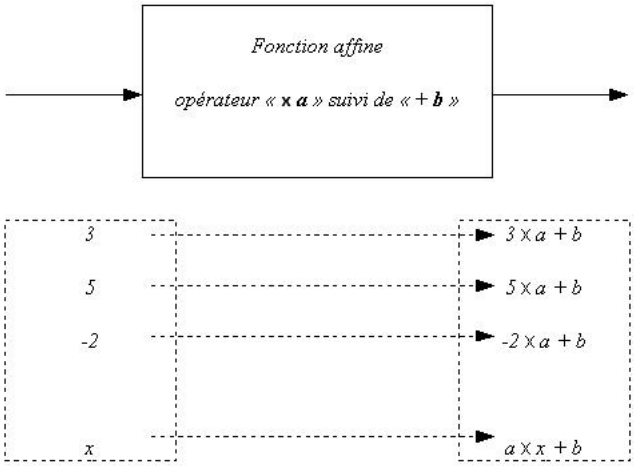
Chapitre 9

Fonction affine

I définition

une fonction affine est une **fonction** qui est un **opérateur muliplicatif** suivi d'**un opérateur additif**.



Notation

On note souvent une telle fonction :

* $f(x) = a \times x + b$

* ou encore $f(x) = ax + b$

(*On mulitplie x par le nombre a puis on ajoute le nombre b .*)

exemples : $f(x) = 7x + 2$ $f(x) = -2x - 5$ $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{5}$ $f(x) = \frac{x}{7} - 9$

remarque : pour le deuxième exemple, on peut interpréter -5 comme une addition : +(-5). C'est pourquoi, dans le terme « opérateur additif », il faut comprendre que les soustractions en font partie.

II représentation graphique

Soit f la fonction affine : $f : x \mapsto ax + b$

La représentation graphique de la fonction affine f dans un repère est une droite (d).

Le nombre a est appelé le **coefficient directeur** de la droite (d).

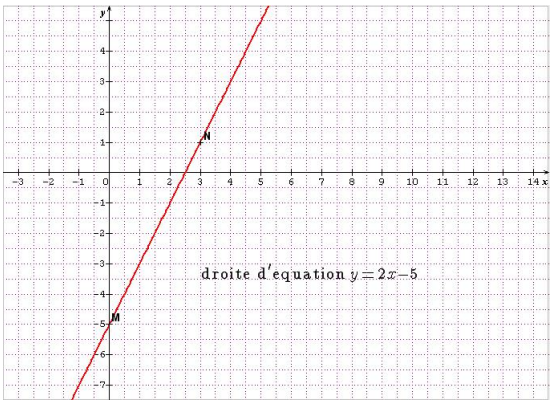
Le nombre b est appelé l'**ordonnée à l'origine** de la droite (d).

méthode pratique :
La représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = 2x - 5$ est une droite.

Il suffit de trouver deux points appartenant à cette droite.

Elle passe par le point de coordonnées :
$(0; 2 \times 0 - 5)$ c'est-à-dire par $(0; -5)$.

Reste à trouver un second point : prenons $x = 3$; on a : $f(3) = 2 \times 3 - 5 = 6 - 5 = 1$.
La droite passe par le point de coordonnées $(3; 1)$. Il suffit de relier ces deux points.



remarques :
- si $f(x) = ax + b$, la représentation graphique de f passe par le point de coordonnées $(0; a \times 0 + b)$ c'est-à-dire $\boxed{(0; b)}$: c'est pourquoi, b s'appelle **l'ordonnée à l'origine**.

- si a est positif, la droite qui représente f « monte ». Plus a est grand, plus elle monte rapidement. De même, si a est négatif, la droite descend : a est la valeur qui **dirige** la droite, on l'appelle **coefficient directeur**.

III détermination d'une fonction affine

approche « fonction » *consigne* : déterminer la fonction linéaire f, telle que : * 3 a pour image -2, * 5 est l'antécédent de 6.	**approche « graphique »** *consigne* : déterminer la fonction linéaire f qui a une représentation graphique qui passe par les points M(3 ;-2) et N(5 ;6).
f est affine donc du type : $f(x) = ax + b$.	la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite d'équation : $y = ax + b$.
3 a pour image -2 se traduit par : $f(3) = -2$, ce qui donne : $a \times 3 + b = -2$. 5 est l'antécédent de 6 se traduit par : $f(5) = 6$, ce qui donne : $a \times 5 + b = 6$.	la droite passe par M (3 ;-2) se traduit par : $-2 = 3 \times a + b$ la droite passe par N (5 ;6) se traduit par : $6 = a \times 5 + b$

On doit alors résoudre un système de deux équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} a \times 3 + b = -2 \\ a \times 5 + b = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + b = -2 \\ 5a + b = 6 \end{cases}$$

En faisant la différence entre la seconde et la première ligne, on obtient : $5a - 3a = 6 - (-2)$ c'est-à-dire $2a = 8$ et donc $a = 4$. Pour trouver b, on remplace a par 4 dans la seconde ligne par exemple : $b = 6 - 5 \times 4 = 6 - 20 = -14$.	
conclusion : $f(x) = 4x - 14$	*conclusion* : la fonction linéaire est : $f(x) = 4x - 14$. Sa représentation graphique est la droite d'équation : $y = 4x - 14$