

Chapitre 16

Aires et Volumes - Grandeurs composées

I aire d'une sphère, volume d'une boule

I - 1) aire d'une sphère

L'aire d'une sphère de rayon R est donnée par :

$$\mathcal{A} = 4\pi R^2$$

exemple :

Une sphère de rayon 10 cm a une aire égale à :

$$\mathcal{A} = 4\pi R^2 = 4\pi \times 10^2 = 400\pi \text{ cm}^2 \text{ (valeur exacte)}$$

Une valeur approchée au cm^2 est :

$$\mathcal{A} \approx 1257 \text{ cm}^2$$

I - 2) volume d'une boule

Le volume d'une boule de rayon R est donnée par :

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

exemple :

Une boule de rayon 10 cm a un volume égal à :

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000}{3}\pi \text{ cm}^3 \text{ (valeur exacte)}$$

Une valeur approchée au cm^3 est :

$$\mathcal{V} \approx 4189 \text{ cm}^3$$

II agrandissement - réduction

$\mathcal{F}$ et $\mathcal{F}'$ sont deux figures de l'espace.

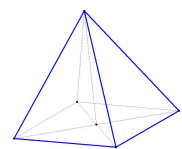
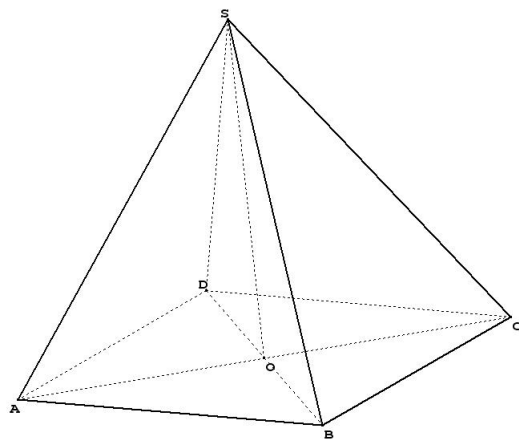
Si la figure $\mathcal{F}'$ est un agrandissement ou une réduction de la figure $\mathcal{F}$ dans un rapport k , alors :

- * une **longueur** de $\mathcal{F}'$ s'obtient en **multipliant par k** la longueur associée de $\mathcal{F}$
- * l'**aire** d'une surface de $\mathcal{F}'$ s'obtient en **multipliant par k^2** l'aire associée de $\mathcal{F}$
- * le **volume** de $\mathcal{F}'$ s'obtient en **multipliant par k^3** le volume associé de $\mathcal{F}$

exemple :

La pyramide bleue est une réduction de rapport $\frac{1}{3}$ de la pyramide régulière à base carrée $SABCD$.

On donne : $SO = 6$ cm et $AB = 4,5$ cm



- * $SO = 6$ cm, donc la hauteur de la pyramide bleue est : $SO \times \frac{1}{3} = 6 \times \frac{1}{3} = 2$ cm.
- * l'aire $\mathcal{A}$ du carré $ABCD$ est : $\mathcal{A} = AB^2 = 4,5^2 = 20,25$ cm²
Donc l'aire $\mathcal{A}'$ de la base de la pyramide bleue est :
$$\mathcal{A}' = \mathcal{A} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 20,25 \times \frac{1}{9} = 2,25$$
 cm²
- * le volume $\mathcal{V}$ de la pyramide $SABCD$ est : $\mathcal{V} = \frac{AB^2 \times SO}{3} = \frac{20,25 \times 6}{3} = 40,5$ cm³
Donc le volume $\mathcal{V}'$ de la base de la pyramide bleue est :
$$\mathcal{V}' = \mathcal{V} \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 40,5 \times \frac{1}{27} = 1,5$$
 cm³

III grandeurs composées

Certaines grandeurs sont **composées** par d'autres grandeurs :

- * sous la forme de **produit** : une aire est un exemple de grandeur produit
- * sous la forme d'un **quotient** : une vitesse est un exemple de grandeur quotient

l'aire d'une surface :

L'aire d'un rectangle est donnée par la formule : $\mathcal{A} = L \times l$.

L'aire est le produit de deux longueurs : c'est une grandeur produit.

Si la longueur et la largeur s'expriment en mètres (m), alors l'aire s'exprime en m^2 .

la vitesse :

La vitesse moyenne v est donnée par la formule : $v = \frac{d}{t}$.

La vitesse est le quotient de deux grandeurs : une longueur par une durée : c'est une grandeur quotient.

Si la distance s'exprime en kilomètres (km) et la durée en heures (h), alors la vitesse s'exprime en kilomètres par heure (km/h ou $km.h^{-1}$).

Si la distance s'exprime en mètres (m) et la durée en secondes (s), alors la vitesse s'exprime en mètres par seconde (m/s ou $m.s^{-1}$).