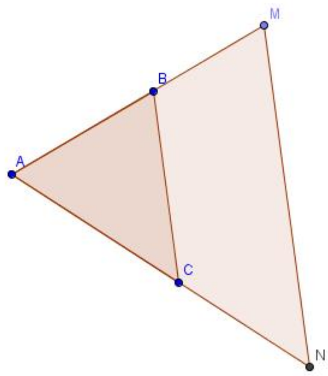
Chapitre 12

Configuration de Thalès

I agrandissement, réduction d'un triangle



Sur la figure ci-contre :

* les points A, B et M sont alignés,

* les points A, C et N sont alignés,

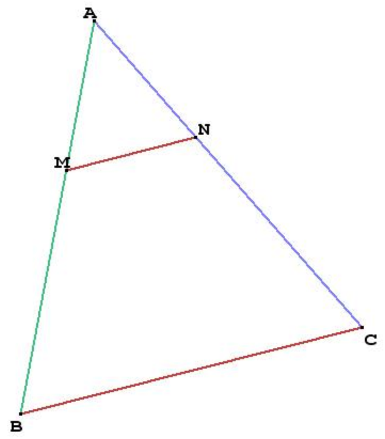
* les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

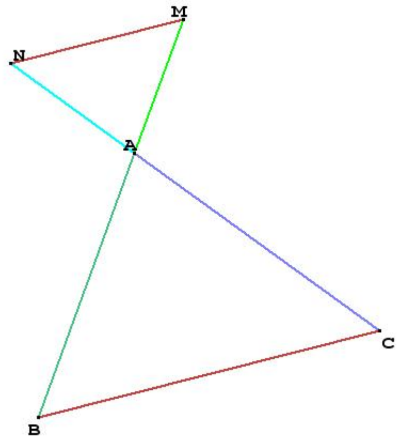
Le triangle AMN est un **agrandissement** du triangle ABC.
Toutes les longueurs sont multipliées par **le rapport d'agrandissement** k, avec $k > 1$.

Le triangle ABC est une **réduction** du triangle AMN.
Toutes les longueurs sont multipliées par le **rapport de réduction** k', avec $0 < k' < 1$.

Les mesures des angles de la figure sont inchangées.

II le théorème de Thalès





Si on sait que :

- les droites (AB) et (AC) sont **sécantes** en A,
- les points A, M, N et A, N, C sont **alignés dans cet ordre**,
- les droites (MN) et (AB) sont **parallèles**,

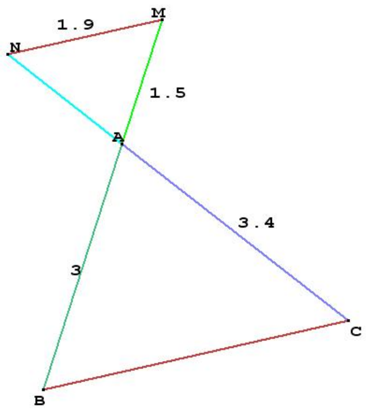
alors les triangles AMN et ABC sont **proportionnels** et donc :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

III applications du théorème de Thalès

III - 1) calculer une longueur

On donne comme information : $(MN) \mathbin{//} (BC)$.
Calculer les longueurs AN et BC.



On a bien toutes les conditions d'application du théorème de Thalès.
Les triangles ABC et AMN sont proportionnels, ce qui donne :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

On remplace les valeurs connues :

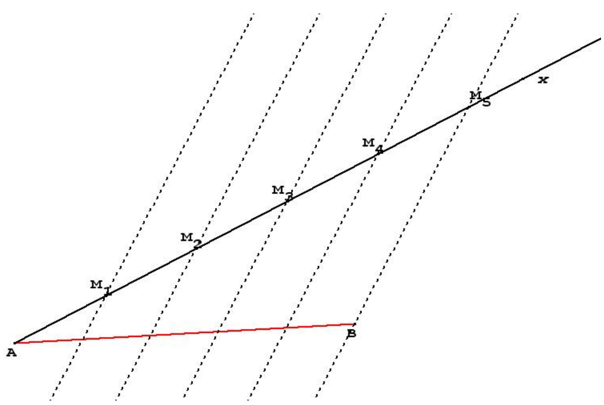
$$\frac{1,5}{3} = \frac{AN}{3,4} = \frac{1,9}{BC}$$

D'une part, $\dfrac{1,5}{3} = \dfrac{AN}{3,4}$ et donc : $AN = 3,4 \times 1,5 \div 3 = 1,7$.

D'autre part, $\dfrac{1,5}{3} = \dfrac{1,9}{BC}$ et donc : $BC = 1,9 \times 3 \div 1,5 = 3,8$.

III - 2) partager un segment en parties égales

activité : sans règle graduée, comment partager le segment [AB] en 5 parties égales ?



Programme de construction :

1. construire la demi droite [Ax).
2. reporter (au compas), 5 fois la même longueur (une longueur quelconque) : on place ainsi les points M_1, M_2, M_3, M_4 et M_5.
3. construire la droite (BM_5).
4. construire les droites parallèles à (BM_5) passant par M_1, M_2, M_3 et M_4.

III - 3) prouver que deux droites ne sont pas parallèles

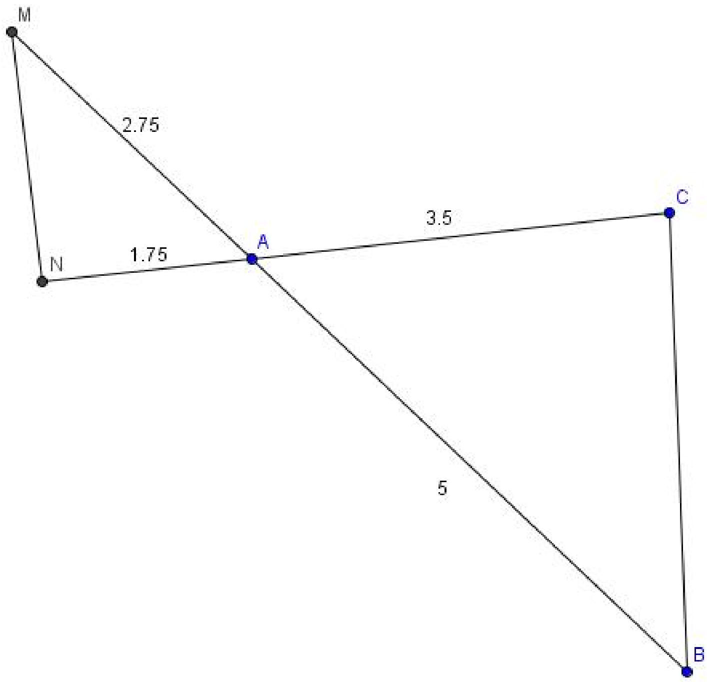
Conséquence du théorème de Thalès :

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A.

Soient B et M deux points de la droite (d), distincts du point A.

Soient C et N deux points de la droite (d'), distincts du pont A.

Si $\dfrac{AM}{AB} \neq \dfrac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.



exemple :

Sur la figure ci-dessus :

* $AB = 5$ cm, $AM = 2,75$ cm, $AN = 1,75$ cm et $AC = 3,5$ cm

* les droites (BM) et (CN) sont sécantes au point A.

On constate que : $\dfrac{AM}{AB} \neq \dfrac{AN}{AC}$.

Donc, par conséquence du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

IV la réciproque du théorème de Thalès

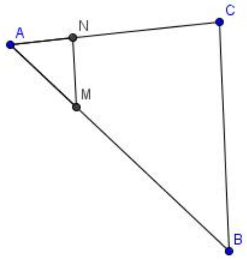
Soient (d) et (d') deux droites sécantes en un point A.

Soient B et M deux points de la droite (d), distincts du point A.

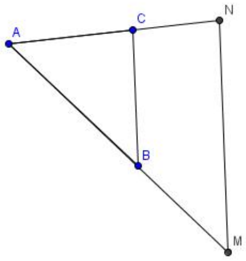
Soient C et N deux points de la droite (d'), distincts du pont A.

Si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ **et** si les points A, B, M et A, C, N sont dans le même ordre, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

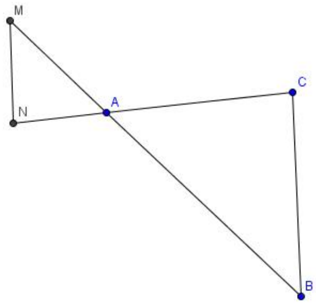
remarque : concernant l'ordre des points, on retrouve trois configurations.



les points A, M, B et A, N, C sont dans le même ordre



les points A, B, M et A, C, N sont dans le même ordre



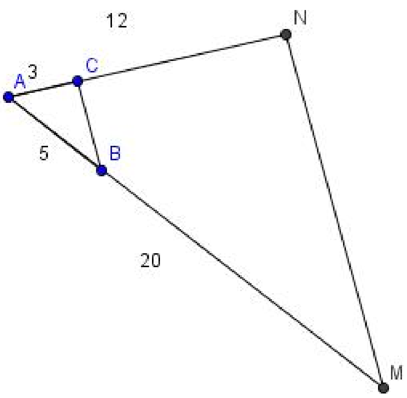
les points B, A, M et C, A, N sont dans le même ordre

exemple :

On considère la figure ci-contre pour laquelle :

* $AC = 3$ cm, $AB = 5$ cm, $AN = 12$ cm, $AM = 20$ cm

* les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A



On a :

* $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{20}{5} = \dfrac{5 \times 4}{5} = 4$
* $\dfrac{AN}{AC} = \dfrac{12}{3} = \dfrac{3 \times 4}{3} = 4$

On **constate** que : $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

De plus, les points M et sont alignés dans le même ordre.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (MN) sont parallèles.