DS3 : éléments de correction

1. Méthodes : ce corrigé ne détaille pas tous les calculs. Se référer au cours et à vos notes si besoin (identité, équations, fonctions affines, extremum d'un polynôme, calculs vectoriels, etc.)
2. Solutions : avoir la bonne solution n'est pas souvent suffisant... regardez les autres compétences.
3. Calcul et justification : équiprobable donc, orthonormé donc..., affine donc..., droite donc..., événement contraire... Tout ce qui montre que vous utilisez votre cours est une bonne chose.
4. Communication : utilisez bien les notations du cours et du corrigé. Par exemple : $p(\ldots)=$ plutôt que *x* chance sur, ne pas confondre un événement et sa probabilité, ne pas confondre équivaut à et $=$, rédiger “ pour tout $x\in\mathbb{R}$ “ à bon escient, parler de dispersion, de position, de fonction, etc.

Exercice 1

1a et b) Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $2(x+1)(x-3)=\ldots=\ldots=k(x)$
Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $2(x-1)^2-8=\ldots=\ldots=k(x)$

2) Pour tout $x\in\mathbb{R}$, $(x-1)^2\geqslant 0$ donc … $k(x)\leqslant -8$, or $k(1)=-8$,
donc *k* admet un minimum qui est -8 atteint pour $x=1$.

3) $2x^2-4x-6=-6$ équivaut à … $2x^2-4x=0$ et à $2x(x-2)=0$. S = {0 ; 2}

Exercice 2

1) *m* est affine donc représentée par une droite. (avec deux *x*, calculer $m(x)$ puis tracer)

2a) Les solutions sont $x\approx -0{,}5$ et $x\approx 5{,}1$ (abscisses des points d'intersection)

b) S =]- ∞ ; 1] ∪ [3 ; + ∞ [

3) *Cg* est une droite non parallèle à (Oy) donc $g(x)$ est de la forme $ax+b$
$a=\ldots$ puis $b=\ldots$: on trouve $g(x)=\frac{1}{2}x+3$

4) On résout $\frac{1}{2}x+3=-2x-1$ qui équivaut à … et à $x=-\frac{8}{5}$

Exercice 3

1) L'arbre comporte $5\times 4=20$ issues (5 chaussettes au premier, 4 ensuite).

2) On nomme A l'événement “ avoir une verte ”.
L'expérience est équiprobable et 8 issues réalisent A, donc $p(\mathrm{A})=\frac{8}{20}$

3) C'est $\mathrm{R}_1\cup\mathrm{R}_2$ (sa probabilité n'était pas demandée).

4) Par dénombrement sur l'arbre, on trouve $p(\mathrm{R}_1\cap\mathrm{R}_2)=\frac{2}{20}=0{,}1$

5a) On nomme MC l'événement correspondant à la question.
Par dénombrement sur l'arbre, on trouve $p(\mathrm{MC})=\frac{4}{20}=0{,}2$

b) $p(\overline{MC})=1-p(\mathrm{MC})=0{,}8$

Exercice 4

1) Soit on repère les paramètres dans la série directement car elle est rangée par ordre croissant (méthode de collège), soit on saisit les valeurs dans sa calculatrice qui donnera (selon les versions) des valeurs proches de :
$min=4$, $\mathrm{Q}_1=9{,}6$, $Med=16{,}6$, $\mathrm{Q}_3=24$ et $max=31$

2) 1.<u>On calcule les paramètres pour la 4</u>.

On peut prendre les centres de classe pour estimer Q_1, Med et Q_3.
Pour les min et max, on prend les bornes extrêmes des intervalles : 4 et 16.

On obtient des valeurs proches de : $min=4$, $Q_1=9$, $med=9$, $Q_3=11$ et $max=16$

2. On analyse la <u>position</u> des trois séries (médiane essentiellement) :
La 2 est la plus centrée sur 10m. La 3 et la 4 montrent un décalage plus important.

3. On analyse la <u>dispersion</u> des trois séries.
L'écart interquartile est faible (0.5) pour la 3 : elle est donc plus régulière, alors que les portées des deux autres sont nettement plus dispersées (4,5 et 2).

<u>Conclusion</u> : on retient la 3, qui demandera d'adapter le réglage ou la position de tir pour tenir compte de la position, mais qui est plus précise (moins dispersée)

Remarque : l'étendue est un indicateur de mauvaise qualité. L'intervalle interquartile est meilleur car moins sensibles aux valeurs extrêmes. Il fallait l'utiliser.

Exercice 5

1) $h(20)=18,9$ donc le boulet passe au dessus de la palissade de 17m.

2) Le graphique montre que pour $x \in [9 ; 19]$, $h(x) \geqslant 20$.
Placer la catapulte à 14m par exemple convient (ou tout autre valeur dans [9 ; 19]) car $h(14)=22,5$.

3) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $(x-14)^2 \geqslant 0$ donc … $h(x) \leqslant 22,5$.
22,5 est un majorant de h (aussi le maximum) : le boulet ne passe pas les murailles.

4) On résout $h(x)=0$.

Graphiquement : on trouve 29m, que l'on peut vérifier car $h(29)=0$.

Algébriquement : $h(x)=0 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow (x-14)^2=225 \Leftrightarrow \ldots$
$\ldots \Leftrightarrow x=14+\sqrt{225}$ ou $x=14-\sqrt{225} \Leftrightarrow x=29$ ou $x=-1$.
$x=-1$ n'ayant pas de sens dans notre situation, la réponse est donc 29m.

Exercice 6a)

1) $x_{AB}=x_B-x_A=150$ et $y_{AB}=y_B-y_A=30$ donc $\overrightarrow{AB}(150 ; 30)$

De même, $\overrightarrow{DC}(100 ; 20)$

On constate que $150 \times 20=30 \times 100$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont colinéaires, ce qui signifie que (AB)//(CD). ABCD est bien un trapèze.

2) $\overrightarrow{AD}$ (20 ; 30) et $\overrightarrow{CB}$ (30 ; 20).

Le repère étant orthonormé, $AD=\sqrt{20^2+30^2}=\sqrt{1300}$ et $CB=\sqrt{30^2+20^2}=\sqrt{1300}$ aussi. ABCD est bien isocèle.

3) On note $(x_E ; y_E)$ les coordonnées de E. On a donc $\overrightarrow{DE}(x_E+27 ; y_E-11)$

ABED parallélogramme équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow \begin{cases} 150=x_E+27 \\ 30=y_E-11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E=123 \\ x_E=41 \end{cases}$

Les coordonnées de E sont (123 ; 41)

Exercice 6b)

1) *Au brouillon : f_1 ne convient pas. $f_2(x)$ non plus : pas une forme factorisée.*

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_3(x)=\left(5x+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{2}-x\right)=\ldots=\ldots=-5x^2+\frac{71}{6}x+\frac{5}{3}=f(x)$.

2) $f(x)=0 \Leftrightarrow f_3(x)=0 \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x=-\frac{2}{15}$ ou $x=\frac{5}{2}$

3) $f(x)=\frac{5}{3} \Leftrightarrow -5x^2+\frac{71}{6}x=0 \Leftrightarrow x\left(-5x+\frac{71}{6}\right)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=\frac{71}{30}$