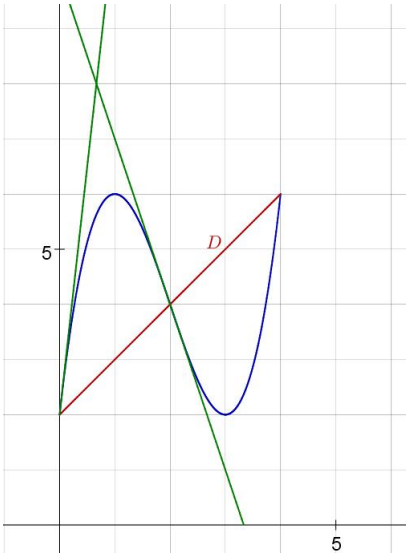
Proposition de corrigé

***Exercice* 1** :

Let f be a function that is defined and differentiable on interval $I = [0;4]$; here is its curve represented on orthogonal axes. The tangents to the curve at points $x = 0$ and $x = 2$ are also representated, and the straight line D whose equation is $y = x + 2$. At points $x = 1$ et $x = 3$, the tangents to the curve are parallel to x-axis.



1. Using the graph, determine :
   (a) $f(0)$ and $f'(0)$: $\boxed{f(0) = 2 \text{ and } f'(0) = 9}$
   (b) $f(1)$ and $f'(1)$: $\boxed{f(1) = 6 \text{ and } f'(1) = 0}$
   (c) $f(2)$ and $f'(2)$: $\boxed{f(2) = 4 \text{ and } f'(2) = -3}$
   (d) the set of all possible real numbers x such that $f(x) \leqslant x + 2$

   $\boxed{f(x) \leqslant x + 2 \Leftrightarrow x \in [2;4]}$

2. Using the graph, draw the table showing variations of f on interval I.

x	0		1		3		4
variations of f		↗	6	↘		↗	6
	2				2		

3. We assume that $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$. Using the calculator, show that the tangents to the curve at points $x = 0$ and $x = 4$ are parallel.

Let calculate f' : $f'(x) = 3x^2 - 6 \times 2x + 9 = 3x^2 - 12x + 9$

At point $x = 0$, $f'(0) = 3 \times 0^2 - 12 \times 0 + 9 = 9$

At point $x = 4$, $f'(4) = 3 \times 4^2 - 12 \times 4 + 9 = 48 - 48 + 9 = 9$

The two tangents to the curve at points $x = 0$ and $x = 4$ have the same value of their slope, that is to say theses two straight lines are parallel.

***Exercice* 2** :

Dans un QCM, chaque question comporte quatre propositions de réponse, dont une seule est correcte.

Une bonne réponse rapporte un point, une mauvaise réponse enlève un demi-point. Un élève répond au hasard à une question.

1. En étudiant la variable aléatoire X donnant le nombre de points obtenus, déterminer le nombre de points qu'il peut espérer obtenir.

   D'après la consigne, on peut établir la loi de probabilité suivante pour la variable aléatoire X :

X	+1	-0,5
$P(X = a_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

   L'espérance mathématique de cette loi de probabilité donne :

   $$E(X) = 1 \times \tfrac{1}{4} - 0.5 \times \tfrac{3}{4} = \tfrac{1}{4} - \tfrac{3}{8} = -\tfrac{1}{8}$$

   En moyenne, on obtient $-\dfrac{1}{8}$ en répondant au hasard (c'est-à-dire qu'on n'a pas intérêt à répondre au hasard).

2. Combien de points devrait enlever une mauvaise réponse pour qu'une personne répondant au hasard ait un total de point nul ?

   Notons p le nombre de points perdus pour satisfaire à la consigne.
   La loi de probabilité devient :

X	+1	-p
$P(X = a_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

   L'espérance mathématique s'écrit alors :

   $$E(X) = 1 \times \tfrac{1}{4} - p \times \tfrac{3}{4} = \frac{1 - 3p}{4}$$

   Pour que l'espérance soit nulle, on devra donc avoir : $1 - 3p = 0$ ce qui donne $p = \dfrac{1}{3}$

   Conclusion : chaque mauvaise réponse devrait enlever $\frac{1}{3}$ de point.